




## معادلات

معادله درجه اول 

معادله درجه دوم 

معادلات گویا 

معادلات رادیکالی 

معادلات قدرمطلق 

## معادله درجه اول

$$ax + b = 0 \rightarrow x = -\frac{b}{a}$$

$$3x - 6 = 0 \rightarrow x = 2$$

## معادله درجه دوم

$$ax^2 + bx + c = 0 \text{ : معادله درجه ۲}$$

مفهوم ریشه:

حالت خاص ۱  $\begin{cases} a + b + c = 0 \\ a + c = b \end{cases}$

$$x^2 - 6x + 5 = 0$$

$$\sqrt{2}x^2 - (\sqrt{2} + \sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0$$

$$3x^2 + 8x + 5 = 0$$

$$ax^2 - (2b - a)x - 2b = 0$$

**۲ بازی با ضرایب**

$$\begin{cases} (1) a = 0 \rightarrow \text{درجه اول} \\ (2) b = 0 \rightarrow \text{دو ریشه قرینه: } x^2 - 4 = 0 \text{ یا } x^2 + 4 = 0 \\ (3) c = 0 \rightarrow \text{فاکتورگیری: } 3x^2 - 9x = 0 \end{cases}$$

**۳ s و p**

$$x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$x^2 + 7x + 12 = 0$$

$$x^2 - \frac{5}{2}x + 1 = 0$$

**۴ ضریب  $x^2$  نباشد**

$$\frac{1}{4}x^2 - \frac{5}{2}x - 6 = 0$$

$$x^2 - \frac{5}{2}x - 6 = 0$$

$$3x^2 + 8x - 3 = 0$$



برای ضرایب بزرگ → تقسیم ضرایب  $b$  و  $c$  / تجزیه ضرایب ۵

$$16x^2 - 18x - 9 = 0$$

$$x^2 - 30x + 189 = 0$$

دلتا  $\Delta$  ۶ →  $\Delta = b^2 - 4ac$

◇  $\Delta > 0$  → دو ریشه حقیقی متمایز →  $\frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$

◇  $\Delta = 0$  → یک ریشه مضاعف →  $\frac{-b}{2a}$ : قابل تبدیل به اتحاد مربع کامل

◇  $\Delta < 0$  → فاقد ریشه حقیقی

یک عکس به اندازه  $10 \times 15$  درون یک قاب با مساحت  $300$  قرار دارد اگر فاصله همه لبه های عکس تا قاب برابر باشد. محیط قاب کدام است؟ (کتاب درسی)

۸۰ (۴)

۷۰ (۳)

۶۰ (۲)

۵۰ (۱)

تستی ۱

یکی از جوابهای معادله  $(\sqrt{3} - 2)x^2 - 2\sqrt{3}x + (\sqrt{3} + 2) = 0$  کدام است؟

۷ - ۴√۳ (۲)

-۷ - ۴√۳ (۱)

۱ - √۳ (۴)

۱ + √۳ (۳)

تستی ۲

مجموع پول علی و اکرم ۱۰۰ تومان است اگر علی ۱۰ تومان از پولش را به اکرم بدهد آنگاه حاصلضرب پول های باقیمانده آنها ۴۷۵ می شود. پول اولیه اکرم کدام است؟ (تجربی خارج ۱۴۰۰)

۹ (۱)      ۱۵ (۲)      ۸۵ (۳)      ۹۱ (۴)

۴

تست

### معادلات گویا

۱ معادلاتی که از گزینه قابل حل است:

۲ اگر  $x = 2$  ریشه معادله  $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{x^2}{x^2-1} = \frac{1-ax}{x-x^3}$  باشد؛ ریشه دیگر این معادله کدام است؟ (آیکو)

-۱ (۴)      -۲ (۲)      -۳ (۳)      -۴ (۱)

۱

تست

۲ روش حل معادلات گویا:

- ◀ مخرج ها را تا جای ممکن تجزیه کنید
- ◀ اگر معادله دارای عدد ثابت یا تعداد زیادی کسر باشد.
  - (۱) مخرج مشترک سپس طرفین وسطین
  - (۲) ضرب طرفین در اعضای مشترک مخرج ها
- ◀ چک جواب ها در معادله اولیه (محدودیت مخرج)

۵ تعداد جواب های معادله گویای  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x^2+x}$  کدام است؟ (کتاب درسی)

۲ (۳)      ۱ (۲)      ۳ (۴)      (۱) ریشه ندارد

۵

تست

یادآوری اتحادها:

$$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$$

۱ اتحاد مربع دو جمله ای

$$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$$

۲ اتحاد مکعب دو جمله ای

$$(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$$

۳ اتحاد مزدوج

$$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$$

۴ اتحاد چاق و لاغر

$$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$$

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

۵ اتحاد جمله مشترک

معادله  $\frac{x+1}{2x^2-x} + \frac{1}{x(x+1)} - \frac{3x+6}{2x^2+x-1} = 0$  چند ریشه حقیقی دارد؟ (آیکو)

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱) صفر

نوبت ۱

به ازای کدام مقدار  $m$  معادله  $\frac{x^2+2x+1}{x^2-x} - \frac{x}{x-1} = \frac{m}{x}$  فاقد جواب است؟

-۱ و -۲ (۴)

-۱ و ۲ (۳)

۱ و ۲ (۲)

۰ و ۱ (۱)

نوبت ۲

معادله  $\frac{1}{x+2} - \frac{x^2-9x-2}{x^3+8} = \frac{6x}{x^2-2x+4}$  دارای چند جواب مثبت است. (ریاضی داخل نوبت اول ۱۴۰۲)

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۰ (۱) صفر

نوبت ۳

۹ تست  
مجموع ریشه‌های معادله‌ی  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(2-x)^2} = \frac{40}{9}$  کدام است؟ (ریاضی خارج نوبت دوم ۱۴۰۲)

- ۱) ۲      ۲)  $\frac{2}{5}$       ۳) ۴      ۴)  $\frac{4}{5}$

۱۰ تست  
مجموع ریشه‌های معادله  $\frac{1}{x^2} + \frac{1}{(1-x)^2} = \frac{160}{9}$  کدام است؟ (ریاضی داخل نوبت دوم ۱۴۰۲)

- ۱) ۱      ۲)  $\frac{1}{75}$       ۳) ۲      ۴)  $\frac{2}{25}$


کاربردها:

دسته اول: مسائل انجام کار: اگر کاری در  $n$  روز انجام شود در هر روز  $\frac{1}{n}$  آن انجام می‌شود.

دسته دوم: مسائل سرعت:  $v = \frac{x}{t}$

دسته سوم: مسائل غلظت

دسته چهارم: مستطیل طلایی

نکته  مستطیلی به طول  $x$  و عرض  $y$  که نسبت طول به عرض آن  $\frac{x}{y} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$  باشد «را مستطیل طلایی» گویند.

۱۱ تست  
بهر روز به تنهایی یک مجله را ۹ ساعت زودتر از فرهاد تایپ می‌کند. اگر باهم کار کنند ۲۰ ساعته کار تمام می‌شود، بهروز به تنهایی در چند ساعت کار را انجام می‌دهد؟ (ریاضی داخل ۹۸)

- ۱) ۳۲      ۲) ۳۳      ۳) ۳۵      ۴) ۳۶

شیر آبی متصل به یک استخر ابتدا تا نصفه باز است و پس از ۲ ساعت به صورت کامل باز می شود، اگر در مدت زمان ۵ ساعت استخر تا نیمه پر شود، در چه مدت زمانی استخر خالی با شیر کاملا باز پر می شود؟

۱۲

تعیین

- (۱)  $\frac{3}{5}$  (۲)  $\frac{5}{5}$  (۳)  $\frac{6}{5}$  (۴) ۸

صد کیلوگرم محلول آب و شکر با غلظت ۲۰٪ داریم نیمی از آب تبخیر می شود چند کیلوگرم شکر اضافه کنیم تا غلظت ۴۰٪ شود؟ (موج آزمون)

۱۳

تعیین

- (۱)  $\frac{20}{3}$  (۲)  $\frac{10}{3}$  (۳) ۸ (۴) ممکن نیست

سرعت یک قایق در آب راکد ۱۰۰ متر بر دقیقه این قایق فاصله ۱۲۰۰ متری را رفته و برگشته اختلاف زمان رفت و برگشت ۵ دقیقه است سرعت آب رودخانه را بیابید. (تجربی داخل ۹۸)

۱۴

تعیین

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۲۰ (۴) ۲۵

نسبت طول به عرض یک مستطیل ۵ به ۴ است با افزایش طول مستطیل یک مستطیل طلایی خواهیم داشت نسبت مساحت مستطیل طلایی به مستطیل اولیه کدام است؟ (تجربی داخل نوبت دوم ۴۰۲)

۱۵

تعیین

- (۱)  $\frac{1}{3} + \sqrt{5}$  (۲)  $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{5})$  (۳)  $\frac{1}{6} + \frac{1}{2}\sqrt{5}$  (۴)  $\frac{1}{4}(1 + \sqrt{5})$

۳۹ نسبت نمودار تابع  $y = \frac{2}{x^2 - 3x + 2}$  به ازای چند مقدار صحیح بین دو خط افقی  $y = 0$  و  $y = -2$  واقع می‌شود؟

- (۱) ۱ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) صفر (ریاضی نوبت اول ۱۴۰۲)

۴۰ نسبت به ازای چند مقدار طبیعی از دامنه تابع  $y = -\frac{1}{3-x}$  نمودار این تابع بالای  $y = -4$  و پایین  $y = 0$  قرار دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱ (تجربی نوبت اول ۱۴۰۳)

۴۱ نسبت اگر مجموعه جواب نامعادله  $\frac{-2x^2 + 2x + a}{x^2 - x} > 0$  به صورت  $(0, 1)$  باشد. مجموعه مقادیر  $a$  کدام است؟

- (۱)  $(-\infty, -1)$  (۲)  $(-1, +\infty)$  (۳)  $(-\infty, -\frac{1}{2})$  (۴)  $-\frac{1}{2}, +\infty$

۴۲ نسبت به ازای چه مقادیری از  $m$  نمودار  $y = \frac{-x^2 + (m+2)x - 1}{-x^2 + x - 5}$  همواره زیر خط  $y = 2$  قرار دارد؟

- (۱)  $m < 6$  (۲)  $-6 < m < 6$  (۳)  $m > -6$  (۴)  $m \in \mathbb{R}$

۴۳

تست

در بازه  $(a, b)$  نمودار تابع با ضابطه  $y = |2x^2 - 4|$  در زیرخط  $y = 2x$  واقع است بیشترین مقدار  $b - a$  کدام است؟ (تجربی داخل ۹۹)

- (۱) ۱      (۲) ۲      (۳) ۳      (۴) ۴

۴۴

تست

در بازه  $(a, b)$  نمودار تابع  $y = (x - 1)^2$  بالاتر از نمودار  $y = 4x^2$  است. بیشترین مقدار  $b - a$  کدام است؟

- (۱) ۱      (۲)  $\frac{3}{2}$       (۳) ۲      (۴)  $\frac{5}{2}$  (تجربی خارج ۹۹)

۴۵

تست

در بازه  $(a, b)$  عبارت  $15x^2 + 73x + 14$  منفی و عبارت  $| \frac{x-1}{2} - 1 |$  بزرگتر از سه است. بیشترین مقدار  $b - a$  کدام است؟ (تجربی نوبت اول ۱۴۰۲)

- (۱)  $\frac{51}{3}$       (۲)  $\frac{23}{3}$       (۳)  $\frac{4}{15}$       (۴)  $\frac{67}{15}$

۴۶

تست

مجموعه جواب نامعادله  $(2a + 3)x^2 + (4b - 5)x + 4c + 1 < 0$  به صورت بازه  $(a, +\infty)$  است اگر  $b$  عدد طبیعی باشد، مقدار  $\frac{a}{c}$  کدام است؟ (تجربی نوبت اول ۱۴۰۴)

- (۱)  $1/2$       (۲)  $-1/2$       (۳)  $2/4$       (۴)  $-2/4$



مجموعه جواب نامعادله  $(5 - 2m)x^2 - (2m + n - 5)x < n$  به صورت بازه  $(-1, m - 2)$  است. اگر  $m$  عدد طبیعی باشد، مقدار  $m + n$  کدام است؟ (تجربی داخل نوبت دوم ۱۴۰۴)

۴۷

تستی

- (۱) صفر      ۱ (۲)      ۲ (۳)      ۳ (۴)

مجموعه جواب نامعادله  $(m + 4)x^2 < n - (m - n + 4)x$  به صورت بازه  $(m + 1, -1)$  است. اگر  $m$  عدد صحیح باشد، مقدار  $mn$  کدام است؟ (تجربی خارج ۱۴۰۴)

۴۸

تستی

- (۱) ۶      ۳ (۲)      -۳ (۳)      -۶ (۴)