

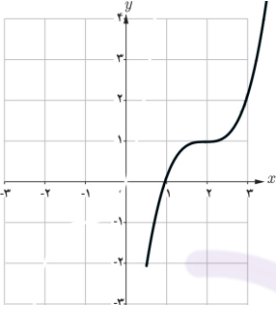
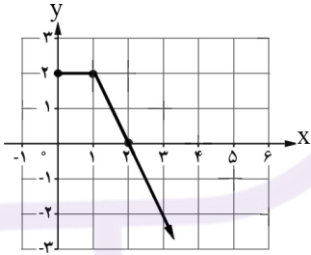
سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضی ۲	تعداد صفحه: ۲	رشته:	علوم تجربی	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
دوره دوم متوسطه - دوازدهم	تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۳	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳				

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است.	نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن است. ب) تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ در $x = 0$ مشتق پذیر است. ج) در تابع $f(x) = 4 + \sqrt{x-1}$ دامنه تابع $y = (f^{-1} \circ f)(x)$ برابر $[1, +\infty)$ است.	۰.۷۵
۲	جاهای خالی را با عبارت یا عدد مناسب کامل کنید. الف) تابع $g(x) = x^2 - 4x + 5$ در بازه $(-\infty, a]$ اکیداً نزولی است. حداکثر مقدار $a$ برابر ..... است. ب) مقدار عددی عبارت $\sin 15^\circ \cos 15^\circ$ برابر ..... است. ج) اگر صفحه $P$ در یکی از موقعیت‌ها با مولد سطح مخروطی موازی باشد و از رأس آن عبور نکند، شکل حاصل ..... است.	۰.۷۵
۳	به کمک انتقال نمودار تابع $y = x^3$ نمودار تابع $f(x) = (x-2)^3 + 1$ را رسم کنید.	۰.۵
۴	در شکل روبرو نمودار تابع $f$ رسم شده است. الف) نمودار تابع $g$ با ضابطه $g(x) = f(2x)$ را رسم کنید. ب) مقدار $g \circ f(0)$ را بدست آورید.	۰.۷۵
		
۵	تابع $f(x) = \sqrt{x+4} - 1$ را در نظر بگیرید. دامنه و ضابطه تابع وارون آن را بیابید.	۱.۲۵
۶	اگر بیشترین و کمترین مقدار تابع $y = a \sin(\lambda x) + c$ به ترتیب ۹ و ۳ باشد. الف) مقادیر $ a $ و $c$ را بیابید. ب) دوره تناوب تابع را بدست آورید.	۱.۵
۷	جواب‌های معادله $\cos(2x) = \frac{1}{p}$ را در بازه $(0, \pi)$ بدست آورید.	۱.۲۵
۸	حدود زیر را محاسبه کنید. (نماد [ ] علامت جزء صحیح است). الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x-5)^4}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3 - [x]}{x-3}$ د) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-6x^2 + 7x - 9}{2x^2 - 4x^2 + x}$	۲
۹	اگر نمودار تابع $f$ از نقطه $A(2, 4)$ بگذرد و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} = 3$ باشد، معادله خط مماس بر نمودار $f$ را در نقطه $A$ بدست آورید.	۱

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضی ۲	تعداد صفحه: ۲	رشته:	علوم تجربی	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح
دوره دوم متوسطه - دوازدهم	تاریخ آزمون:	نام و نام خانوادگی:	نام و نام خانوادگی:	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایشارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳				

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی) مجاز است.	نمره
۱۰	با استفاده از تعریف مشتق، شیب نیم مماس چپ تابع $f(x) =  x^2 - 4 $ را در $x = 2$ بیابید.	۱.۲۵
۱۱	مشتق تابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). $f(x) = (x-6)^3 + \frac{5x+3}{\sqrt{2x-1}}$	۱.۲۵
۱۲	تابع $f(x) = x^2 - x$ را در نظر بگیرید. الف) آهنگ تغییر متوسط تابع $f$ را در بازه $[0, 2]$ بدست آورید. ب) حدود $x$ را چنان بیابید که آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f$ از آهنگ تغییر متوسط آن، در بازه $[0, 2]$ بزرگتر باشد.	۱.۲۵
۱۳	در نمودار تابع مقابل، طول نقاط ماکزیمم نسبی، مینیمم نسبی، ماکزیمم مطلق و مینیمم مطلق را بیابید.	۱
۱۴	مطابق شکل زیر، نقطه $A$ در ناحیه اول دستگاه مختصات روی منحنی $y = 12 - x^2$ قرار دارد. با استفاده از جدول تغییرات، مختصات نقطه $A$ را چنان بیابید که مساحت مثلث قائم الزاویه $OAB$ بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد.	۱.۲۵
۱۵	در یک بیضی فاصله کانونی با طول قطر کوچک آن برابر است. خروج از مرکز بیضی را بیابید.	۱.۲۵
۱۶	الف) مقدار $a$ را بیابید. ب) شعاع دایره را محاسبه کنید. اگر مرکز دایره $0 = x^2 + y^2 + ax - 4y - 4$ ، نقطه $O(1, 2)$ باشد.	۱
۱۷	سه ظرف یکسان داریم. در اولین ظرف ۱۵ مهره قرار دارد که ۳ تای آنها قرمز است. در ظرف دوم هیچ مهره قرمزی وجود ندارد و در ظرف سوم ۱۲ مهره داریم که ۶ تای آنها قرمز است. با چشم بسته یک ظرف را انتخاب کرده و یک مهره از آن خارج می‌کنیم. با چه احتمالی این مهره قرمز است.	۱.۵

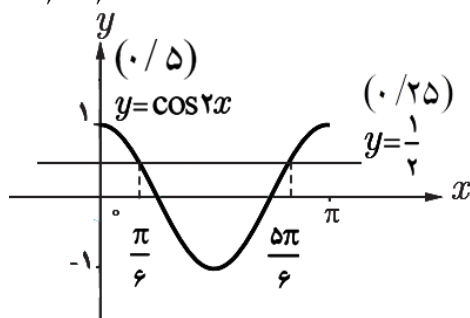
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۳/۱۳		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۰/۷۵	الف) درست (۰/۲۵) (صفحه ۱۰۶) ب) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۸۰) ج) درست (۰/۲۵) (صفحه ۲۵)	۱
۰/۷۵	الف) ۲ (۰/۲۵) (صفحه ۱۰) ب) $\frac{1}{4}$ (۰/۲۵) (صفحه ۴۳) ج) سهمی (۰/۲۵) (صفحه ۱۲۷)	۲
۰/۵	(صفحه ۵) 	۳
۰/۷۵	الف) (۰/۵) (صفحه ۲۳)  $g(f(0)) = g(2) = 0$ (۰/۲۵) ب)	۴
۱/۲۵	$y = \sqrt{x+4} - 1 \Rightarrow y + 1 = \sqrt{x+4} \Rightarrow (y+1)^2 = x+4 \Rightarrow (y+1)^2 - 4 = x$ $\Rightarrow f^{-1}(x) = (x+1)^2 - 4 \quad (۰/۷۵)$ $D_{f^{-1}} = R_f = [-1, +\infty)$ (۰/۵) (صفحه ۲۹)	۵
۱/۵	الف) <p style="text-align: right;">روش اول:</p> $ a  = \frac{\text{Max} - \text{Min}}{2} = \frac{9-3}{2} = 3 \quad (۰/۵) \quad c = \frac{\text{Max} + \text{Min}}{2} = \frac{9+3}{2} = 6 \quad (۰/۵)$ <p style="text-align: right;">روش دوم:</p> $\begin{cases}  a  + c = 9 \quad (۰/۲۵) \\ - a  + c = 3 \quad (۰/۲۵) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} c = 6 \quad (۰/۲۵) \\  a  = 3 \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ <p>ب)</p> $T = \frac{2\pi}{ b } = \frac{2\pi}{8} = \frac{\pi}{4} \quad (۰/۵)$ (صفحه ۴۱)	۶

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۳/۱۳		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۱/۲۵	<p>روش اول:</p> $\cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 2x = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) \quad (0/25) \Rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \quad (x = k\pi \pm \frac{\pi}{6}) \quad (0/5)$ $\xrightarrow{x \in (0, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \quad (0/5)$	۷
	<p>روش دوم:</p> $\cos 2x = \frac{1}{2} \xrightarrow{(0, \pi)} 2x = \frac{\pi}{3}, \frac{5\pi}{3} \xrightarrow{(0, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \quad (1/25)$	
	<p>روش سوم:</p> $\cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow 1 - 2\sin^2 x = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin x = \pm \frac{1}{2} \quad (0/25)$ $\xrightarrow{(0, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \quad (0/5)$	
	<p>روش چهارم:</p> $\cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2\cos^2 x - 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos^2 x = \frac{3}{4} \Rightarrow \cos x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (0/25)$ $\xrightarrow{(0, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \quad (0/5)$	
	<p>روش پنجم:</p> $\cos 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \xrightarrow{(0, \pi)} x = \frac{\pi}{6}, \frac{5\pi}{6} \quad (0/5)$	



(صفحه ۴۶)

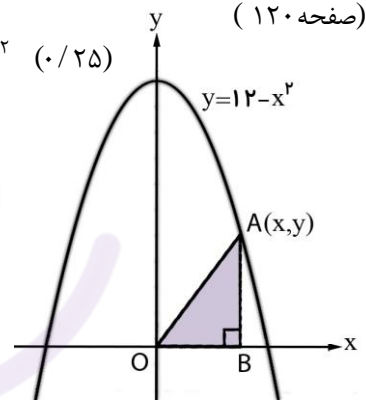
توجه: به راه حل های درست دیگر هم نمره داده شود.

۲	<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)}{(\sqrt{x}-1)} = 2 \quad (0/5)</math> (صفحه ۵۲)</p>	۸
	<p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow 5} \frac{1}{(x-5)^4} = \frac{1}{0^+} = +\infty \quad (0/5)</math> (صفحه ۵۷)</p>	
	<p>ج) <math>\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{3-[x]}{x-3} = \frac{1}{0^-} = -\infty \quad (0/5)</math> (صفحه ۵۷)</p>	
	<p>د) <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6x^3 + 7x - 9}{2x^3 - 4x^2 + x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-6x^3}{2x^3} = -3 \quad (0/5)</math> (صفحه ۶۴)</p>	

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۳/۱۳		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱	<p><b>روش اول:</b></p> <p>فرض کنیم <math>y = ax + b</math>، خط مماس بر منحنی <math>f</math> در نقطه <math>(۲, ۴)</math> واقع بر آن باشد:</p> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3 \Rightarrow f'(2) = 3 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow a = 3 \quad (۰/۲۵)$ $y = 3x + b \xrightarrow{(2,4)} b = -2 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow y = 3x - 2 \quad (۰/۲۵)$ <p><b>روش دوم:</b></p> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = 3 \Rightarrow f'(2) = 3 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m = 3 \quad (۰/۲۵)$ $y - y_1 = m(x - x_1) \xrightarrow{(2,4)} y - 4 = 3(x - 2) \quad (۰/۵)$ <p>(صفحه ۷۶)</p>	۹
۱/۲۵	<p><b>روش اول:</b></p> $f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{ x^2 - 4  - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^2 - 4)}{x - 2}$ $= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = -4 \quad (۰/۲۵)$ <p><b>روش دوم:</b></p> $f'_-(2) = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(2+h) - f(2)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{ (2+h)^2 - 4  - 0}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{ h^2 + 4h }{h}$ $= \lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{-(h^2 + 4h)}{h} = -4 \quad (۰/۲۵)$ <p>(صفحه ۷۹)</p>	۱۰
۱/۲۵	$f'(x) = 3(x-6)^2 + \frac{5(\sqrt{2x-1}) - \frac{2}{2\sqrt{2x-1}}(5x+3)}{(\sqrt{2x-1})^2} \quad (۰/۲۵)$ <p>(صفحه ۸۸)</p>	۱۱

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۳/۱۳		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف												
۱/۲۵	<p>الف) <math>\text{آهنگ متوسط در بازه } [0, 2] = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{2 - 0}{2} = 1</math> (۰/۲۵)</p> <p>ب) <math>\text{آهنگ لحظه ای } f'(x) = 2x - 1 \Rightarrow 2x - 1 &gt; 1 \Rightarrow x &gt; 1</math> (۰/۲۵)</p> <p>(صفحه ۱۰۰)</p> <p>توجه: (اگر دانش آموزی جواب بدست آمده در قسمت (ب) را با بازه <math>[0, 2]</math> اشتراک گرفت نمره کامل داده شود).</p>	۱۲												
۱	<p>۲ = طول مینیمم نسبی</p> <p>۳ = طول ماکزیمم نسبی</p> <p>۴ = طول مینیمم مطلق</p> <p>۱ = طول ماکزیمم مطلق</p> <p>(صفحه ۱۱۰)</p>	۱۳												
۱/۲۵	<p><math>S_{\triangle OAB} = \frac{1}{2}xy = \frac{1}{2}x(12 - x^2) = 6x - \frac{1}{2}x^3</math> (۰/۲۵) <math>\Rightarrow S'(x) = 6 - \frac{3}{2}x^2</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>6 - \frac{3}{2}x^2 = 0</math> (۰/۲۵) <math>\xrightarrow{x &gt; 0} x = 2</math> (۰/۲۵) <math>\Rightarrow y = 12 - 4 = 8</math> (۰/۲۵)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>0</td> <td>2</td> <td><math>\sqrt{12}</math></td> </tr> <tr> <td>S'(x)</td> <td></td> <td>+</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>S(x)</td> <td></td> <td>↗</td> <td>↘</td> </tr> </table> <p>(۰/۲۵)</p>  <p>(صفحه ۱۲۰)</p>	x	0	2	$\sqrt{12}$	S'(x)		+	-	S(x)		↗	↘	۱۴
x	0	2	$\sqrt{12}$											
S'(x)		+	-											
S(x)		↗	↘											
۱/۲۵	<p>اگر <math>FF'</math> را فاصله کانونی و <math>BB'</math> را قطر کوچک بیضی در نظر بگیریم، داریم:</p> <p><math>FF' = BB' \Rightarrow 2c = 2b \Rightarrow c = b</math> (۰/۵)</p> <p><math>a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = c^2 + c^2 \Rightarrow a^2 = 2c^2 \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{2}}{2}</math></p> <p>(صفحه ۱۳۲)</p>	۱۵												
۱	<p>الف) <math>-\frac{a}{2} = 1</math> (۰/۲۵) <math>\Rightarrow a = -2</math> (۰/۲۵)</p> <p>ب) <math>r = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2} - fc = \frac{1}{2}\sqrt{4 + 16 + 16}</math> (۰/۲۵) <math>\Rightarrow r = 3</math> (۰/۲۵)</p> <p>(صفحه ۱۳۷)</p>	۱۶												
۱/۵	<p><math>P = \left(\frac{1}{3} \times \frac{3}{15}\right) + \left(\frac{1}{3} \times 0\right) + \left(\frac{1}{3} \times \frac{6}{12}\right) = \frac{7}{30}</math></p> <p>(صفحه ۱۴۷)</p> <p>توجه: (به روش نمودار درختی نیز نمره تعلق گیرد).</p>	۱۷												
۲۰	مجموع نمرات													