

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۱۱
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴			
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.		
نمره			

۰/۷۵	<p>درستی یا نادرستی هر یک از عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) هر ماتریس مربعی یک ماتریس اسکالر است.</p> <p>ب) هر چه مقدار خروج از مرکز بیضی به صفر نزدیک تر شود، شکل بیضی به دایره نزدیک تر می شود.</p> <p>پ) برای دو بردار \vec{a} و \vec{b}، تساوی $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$ همواره برقرار است.</p>	۱							
۰/۵	<p>پاسخ صحیح را از میان کلمات داخل پرانتز انتخاب کنید و در پاسخ برگ بنویسید.</p> <p>الف) اگر صفحه‌های موازی با مولد یک سطح مخروطی، از رأس آن عبور نکند، آنگاه فصل مشترک صفحه و سطح مخروطی یک است. (هذلولی - سهمی)</p> <p>ب) دو بردار غیر صفر \vec{a} و \vec{b} هستند؛ اگر فقط اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$. (برهم عمود - باهم موازی)</p>	۲							
۰/۷۵	<p>حاصل هر یک از عبارتهای ستون A را از ستون B انتخاب کنید و در پاسخ برگ بنویسید (یکی از اعداد ستون B اضافه است).</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">B</td> <td style="text-align: center;">A</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۲</td> <td rowspan="4" style="text-align: center;"> <p>الف) مقدار عددی $2A$ در صورتی که $A_{2 \times 2} = 1$</p> <p>ب) مقدار عددی درایه b_{13} در ماتریس $B = [2j + i]_{3 \times 3}$</p> <p>پ) مقدار عددی $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$</p> </td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۴</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۵</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۷</td> </tr> </table>	B	A	۲	<p>الف) مقدار عددی $2A$ در صورتی که $A_{2 \times 2} = 1$</p> <p>ب) مقدار عددی درایه b_{13} در ماتریس $B = [2j + i]_{3 \times 3}$</p> <p>پ) مقدار عددی $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$</p>	۴	۵	۷	۳
B	A								
۲	<p>الف) مقدار عددی $2A$ در صورتی که $A_{2 \times 2} = 1$</p> <p>ب) مقدار عددی درایه b_{13} در ماتریس $B = [2j + i]_{3 \times 3}$</p> <p>پ) مقدار عددی $\begin{vmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{vmatrix}$</p>								
۴									
۵									
۷									
۰/۵	<p>در هر قسمت گزینه صحیح را از میان گزینه‌های داده شده انتخاب کنید و در پاسخ برگ بنویسید.</p> <p>الف) در یک بیضی با طول قطرهای ۶ و ۸ سانتی متر، فاصله کانونی چند سانتی متر است؟</p> <p style="text-align: center;"> $\frac{\sqrt{7}}{2}$ (۱) $\sqrt{7}$ (۲) $2\sqrt{7}$ (۳) $4\sqrt{7}$ (۴) </p> <p>ب) معادله محور سهمی $(x-2)^2 = 4(y+2)$ کدام است؟</p> <p style="text-align: center;"> $x=2$ (۱) $y=2$ (۲) $x=-2$ (۳) $y=-2$ (۴) </p>	۴							
۱/۵	<p>دستگاه $\begin{cases} x-2y=4 \\ 3x+y=5 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.</p>	۵							
۱	<p>با فرض $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$، حاصل عبارت $A^2 + 2I$ را به دست آورید.</p>	۶							
۱/۵	<p>دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} x-y & 9 \\ 2 & z-1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & x+y \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ مساوی هستند، مقادیرهای x، y و z را به دست آورید.</p>	۷							
۱	<p>مقدار m را چنان تعیین کنید که ماتریس $A = \begin{bmatrix} m+1 & 2 \\ m & 3 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد.</p>	۸							

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۱۱
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران، داوطلبان آزاد و متقاضیان ایجاد و یا ترمیم سابقه تحصیلی			
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴			
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.		
نمره			

۹	نقاط A, B, C و D در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای در این صفحه بیابید که از A و B به یک فاصله و از C و D نیز به یک فاصله باشد (بحث کنید).
۱۰	معادله دایره‌ای را بنویسید که نقطه $O(-1, 2)$ مرکز آن بوده و بر خط $4x - 3y + 5 = 0$ مماس باشد.
۱۱	وضعیت دو دایره $C: x^2 + y^2 - 2x + 2y + 1 = 0$ و $C': (x+3)^2 + (y-2)^2 = 4$ را نسبت به هم مشخص کنید.
۱۲	در شکل مقابل نمودار یک سهمی و خط هادی آن رسم شده است. مختصات کانون و معادله سهمی را بنویسید.
۱۳	در شکل مقابل دو نقطه M و N روی بیضی و کانون‌های F و F' مشخص شده‌اند. با فرض $MF' = NF$ ، نشان دهید MF موازی NF' است.
۱۴	الف) نقاط $A = (1, 2, 1)$ ، $B = (-1, 0, -5)$ و $C = (-1, 3, 1)$ سه رأس یک مثلث هستند. اگر نقطه M وسط ضلع AB باشد، طول پاره خط CM (میانۀ وارد بر ضلع AB) را حساب کنید. ب) با فرض $\vec{a} = 3\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ ، $\vec{b} = (3, 1, 1)$ و $r = -2$ ، مختصات بردار $r\vec{a} + \vec{b}$ را به دست آورید.
۱۵	تصویر قائم بردار $\vec{a} = (1, 3, 1)$ بر امتداد بردار $\vec{b} = (-2, 0, 1)$ را به دست آورید.
۱۶	با فرض اینکه $ \vec{a} = \vec{b} = 2$ و زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} برابر 60° باشد، حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید. الف) $\vec{a} \cdot \vec{b}$ ب) $ \vec{a} \times \vec{b} $
۱۷	مساحت متوازی‌الاضلاع پدید آمده توسط دو بردار $\vec{a} = (-2, 1, 0)$ و $\vec{b} = (1, -3, 2)$ را محاسبه کنید.
۲۰	جمع نمره
	موفق باشید
	صفحه ۲ از ۲

گذاری آزمون نهایی درس: هندسه ۳		پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۱۱
تعداد صفحه: ۹		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه		
ردیف		گذاری		
نمره		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش		
		تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		

همکار محترم، از زحمات شما سپاسگزاریم. لطفاً به موارد زیر دقت بفرمایید:

- تأکید می‌شود که ملاک نمره‌گذاری، راهنمای نمره‌گذاری است و از اعمال سلیقه خودداری شود.
- معمولاً، رسیدن به جواب نهایی سؤال، در چند مرحله انجام می‌شود. در صورتی که دانش آموز در مراحل ابتدایی اشتباه کرده باشد، اما با توجه به آن اشتباه بقیه موارد را درست انجام داده باشد، فقط نمره آن اشتباه کسر شود و به بقیه مراحل درست، نمره داده شود.
- این راهنمای نمره‌گذاری، در ساعات اولیه بعد از برگزاری امتحان به صورت غیرقابل استناد منتشر می‌شود و پس از بررسی نهایی، به صورت رسمی و قابل استناد منتشر می‌شود. لطفاً دقت بفرمایید که نمره‌گذاری شما بر طبق راهنمای نهایی و قابل استناد باشد.

۰/۷۵	(هر مورد ۲۵/۰)	پ) نادرست (ص ۸۲)	ب) درست (ص ۴۹)	الف) نادرست (ص ۱۲)	۱
۰/۵	(هر مورد ۲۵/۰)		ب) برهم عمود (ص ۷۹)	الف) سهمی (ص ۳۵)	۲
۰/۷۵	(هر مورد ۲۵/۰)	پ) ۲ (ص ۳۰)	ب) ۷ (ص ۲۱)	الف) ۴ (ص ۳۱)	۳
۰/۵	(هر مورد ۲۵/۰)		ب) گزینه ۱ (X=۲) (ص ۵۳)	الف) گزینه ۳ (2√7) (ص ۴۸)	۴
۱/۵	<p>نوشتار اول:</p> $A = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow A = 7$ $A^{-1} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{7} & \frac{2}{7} \\ -\frac{3}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{7} & \frac{2}{7} \\ -\frac{3}{7} & \frac{1}{7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$ <p>نوشتار دوم:</p> $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 14 \\ -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$				۵

گذاری آزمون نهایی درس: هندسه ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۱۱
تعداد صفحه: ۹	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
ردیف	گذاری		
نمره			

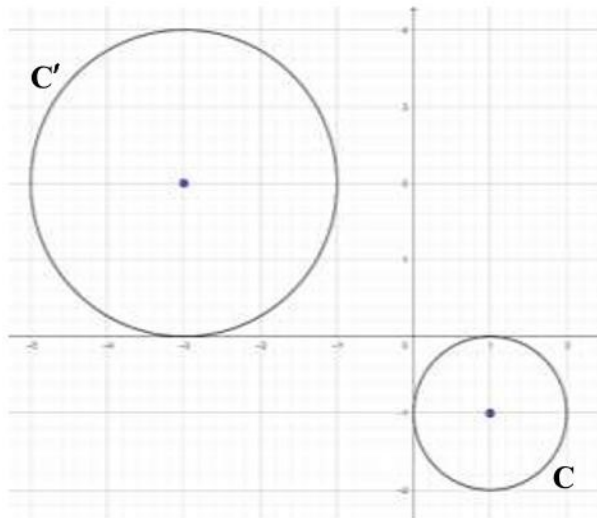
۱	<p>راه حل اول:</p> $A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -8 & 9 \end{bmatrix} \quad (۰/۵)$ $A^2 + 2I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -8 & 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -8 & 11 \end{bmatrix} \quad (۰/۲۵) \quad (۰/۲۵)$ <p>راه حل دوم:</p> $A^2 + 2I = \underbrace{A(A + 2A^{-1})}_{(۰/۲۵)} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 3 \end{bmatrix} \right) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -2 & 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -8 & 11 \end{bmatrix} \quad (۰/۲۵) \quad (۰/۲۵) \quad (۰/۲۵)$ <p>(صفحات ۱۴، ۱۵، ۱۹ و ۲۰)</p>	۶
۱/۵	$\begin{cases} x - y = 3 \\ x + y = 9 \\ z - 1 = 5 \end{cases} \Rightarrow \underbrace{x = 6}_{(۰/۲۵)}, \underbrace{y = 3}_{(۰/۲۵)}, \underbrace{z = 6}_{(۰/۲۵)} \quad (۰/۷۵)$ <p>(ص ۱۳)</p>	۷
۱	$ A = 0 \Rightarrow \underbrace{3(m+1) - 2m = 0}_{(۰/۵)} \Rightarrow \underbrace{3m + 3 - 2m = 0}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{m = -3}_{(۰/۲۵)}$ <p>(ص ۲۳)</p>	۸
صفحه ۲ از ۹		

گذاری آزمون نهایی درس: هندسه ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۱۱
تعداد صفحه: ۹	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
ردیف	گذاری		
نمره			

راه حل اول:

$$\left. \begin{array}{l} \underbrace{O(1, -1)}_{(0/25)} \quad \underbrace{O'(-3, 2)}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{OO' = 5}_{(0/25)} \\ \underbrace{r = 1}_{(0/25)} \quad \underbrace{r' = 2}_{(0/25)} \end{array} \right\} \xrightarrow{OO' > r + r'} \underbrace{\text{دو دایره متخارج هستند.}}_{(0/25)}$$

راه حل دوم:



رسم دقیق دایره C، (۰/۷۵) نمره
 رسم دقیق دایره C'، (۰/۵) نمره
 نوشتن «دو دایره متخارج» (۰/۲۵) نمره

۱۱

توجه: اگر دانش آموزی بدون ارائه راه حل یا رسم شکل، فقط کلمه «متخارج» را بنویسد، (۰/۲۵) نمره منظور شود.

توجه: ۲ اگر دانش آموزی بدون ارائه راه حل یا رسم شکل، فقط کلمه «متخارج» را بنویسد، (۰/۲۵) نمره منظور شود. (ص ۴۴)

$$\underbrace{F(-1, 6)}_{(0/5)} \quad \underbrace{(y - 6)^2 = -2 \cdot (x - 4)}_{(0/75)}$$

توجه ۱: در صورتی که فقط $a = 5$ نوشته شده باشد، (۰/۲۵) نمره منظور گردد.

توجه ۲: اگر دانش آموز در جواب نهایی یعنی $(y - 6)^2 = -2 \cdot (x - 4)$ عبارت $(y - 6)^2 = 2 \cdot (x - 4)$ نوشته شده باشد و علامت منفی را ننویسد، (۰/۲۵) کم شود.

(ص ۵۴)

۱۲

گذاری آزمون نهایی درس: هندسه ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۱۱
تعداد صفحه: ۹	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
ردیف	گذاری		
	نمره		

(الف)

راه حل اول:

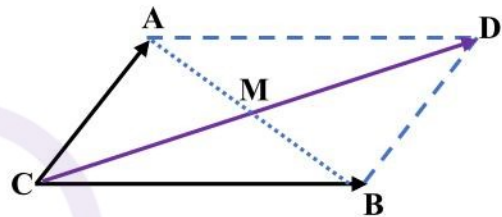
$$(AB \text{ وسط}) \quad \underline{M = (0, 1, -2)} \xrightarrow{C=(-1, 2, 1)} \text{ (طول میانه)} \quad CM = \sqrt{1^2 + 2^2 + 3^2} = \sqrt{1+4+9} = \sqrt{14}$$

راه حل دوم:

$$\overline{CA} + \overline{CB} = 2\overline{CM} \Rightarrow \underline{(2, -4, -6) = 2\overline{CM}}$$

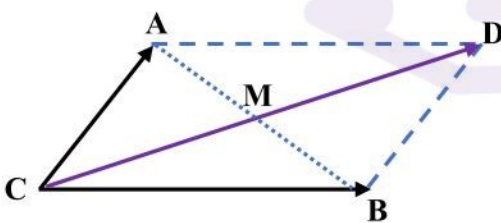
$$\Rightarrow \underline{\overline{CM} = (1, -2, -3)}$$

$$|\overline{CM}| = \sqrt{1+4+9} = \sqrt{14}$$



راه حل سوم:

۱۴



نقطه D را می توان چنان پیدا کرد که چهارضلعی ACBD متوازی الاضلاع باشد. (M وسط دو قطر)

$$\left. \begin{aligned} x_A + x_B &= x_C + x_D \\ y_A + y_B &= y_C + y_D \\ z_A + z_B &= z_C + z_D \end{aligned} \right\} \rightarrow \underline{D = (1, -1, -5)}$$

$$|\overline{CM}| = \frac{1}{2} |\overline{CD}| = \frac{1}{2} \sqrt{(1-(-1))^2 + (-1-2)^2 + (-5-1)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{4+16+36} \text{ یا } \sqrt{14}$$

(صفحات ۷۶ و ۶۶)

(ب)

$$\underline{r\vec{a} + \vec{b} = -2(3, 2, -1) + (3, 1, 1) = (-6, -4, 2) + (3, 1, 1) = (-3, -3, 3)}$$

نوشتار اول:

$$\underline{r\vec{a} + \vec{b} = (-6, -4, 2) + (3, 1, 1) = (-3, -3, 3)}$$

نوشتار دوم:

(صفحات ۷۶ و ۸۴)

گذاری آزمون نهایی درس: هندسه ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۳/۱۱
تعداد صفحه: ۹	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ به وقت تهران	
تحصیلی (داخل و خارج از کشور) - خرداد ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
ردیف	گذاری		
نمره			

راه حل اول:

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & -3 & 2 \end{vmatrix} = \underbrace{2\mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 5\mathbf{k}}_{(0/25)} \text{ یا } (2, 4, 5)$$

$$S = \underbrace{|\vec{a} \times \vec{b}|}_{(0/25)} = \sqrt{4 + 16 + 25} = \sqrt{45} \text{ یا } (3\sqrt{5})_{(0/25)}$$

راه حل دوم:

$$\left. \begin{aligned} |\vec{a}| &= \sqrt{4 + 1 + 0} = \sqrt{5} \\ |\vec{b}| &= \sqrt{1 + 9 + 4} = \sqrt{14} \\ \vec{a} \cdot \vec{b} &= -2 - 3 + 0 = -5 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} & \xrightarrow{a \cdot b = |a||b| \cos \theta} \underbrace{(-5) = (\sqrt{5})(\sqrt{14}) \cos \theta}_{(0/25)} \rightarrow \cos \theta = \frac{-5}{\sqrt{70}} \rightarrow \sin \theta = \frac{3}{\sqrt{14}} \end{aligned}$$

$$S = |\vec{a} \times \vec{b}| = |\vec{a}||\vec{b}|\sin \theta = \underbrace{(\sqrt{5})(\sqrt{14})\left(\frac{3}{\sqrt{14}}\right)}_{(0/25)} = (3\sqrt{5})$$

(صفحات ۷۳، ۷۵ و ۸۳)

۱۷

۲۰

موفق باشید

صفحه ۹ از ۹