

پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی :	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۶/۲۳	ساعت شروع: ۸ صبح
سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۱			

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

سوالات فصل اول

۱	الف) اگر دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2x-1 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$ مساوی باشند، آنگاه مقدار X برابر با..... است. ب) اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & m+1 \\ 2n+4 & 5 \end{bmatrix}$ یک ماتریس قطری باشد، با محاسبه m و n ماتریس A+I را بیابید. (I ماتریس همانی مرتبه دو است).	۲
۲	اگر دو ماتریس مربعی A و B به صورت $A = [3i - 2j]_{3 \times 3}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشند، الف) ماتریس A را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید. ب) ماتریس B^T را محاسبه کنید.	۱
۳	اگر A و B دو ماتریس مربعی مرتبه ۳ و تعویض پذیر باشند، ثابت کنید: $(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$	۱
۴	اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، وارون ماتریس $A - 2I$ را بیابید. (I ماتریس همانی مرتبه دو است).	۱
۵	الف) در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ، اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ آنگاه دستگاه بی شمار جواب دارد. (درست-نادرست) ب) اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $\ A\ A $ را بیابید.	۱

سوالات فصل دوم

۶	الف) اگر صفحه P بر محور سطح مخروطی عمود نباشد و با مولد موازی نباشد فقط یکی از دو نیمه سطح مخروطی را قطع کند، در این صورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی یک است. ب) سهمی، مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و یک نقطه ثابت غیر واقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشد. (درست-نادرست)	۰/۵
۷	دو نقطه A و B و خط d که شامل هیچ یک نیست در صفحه مفروض اند. نقطه ای بیابید که از A و B به یک فاصله بوده و از خط d به فاصله ۳ سانتی متر باشد.	۱/۵
ادامه سوالات در صفحه دوم		

پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی :	تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۶/۲۳	ساعت شروع: ۸ صبح
سؤالات امتحان نهایی درس: هندسه ۳	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۱			

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۸	الف) حدود a را طوری به دست آورید که $x^2 + y^2 - 4x + 6y + a = 0$ معادله یک دایره باشد. ب) وضعیت خط $x + y = 1$ و دایره $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ را نسبت به هم مشخص کنید.	۲
۹	اگر M نقطه ای بیرون بیضی باشد، ثابت کنید مجموع فواصل نقطه M از کانونهای F و F' بزرگتر از طول قطر بزرگ بیضی است.	۱/۲۵
۱۰	اگر در یک بیضی طول AA' (قطر بزرگ) برابر با ۱۶ و خروج از مرکز $\frac{3}{4}$ باشد، فاصله راس A تا نزدیکترین کانون را به دست آورید.	۰/۷۵
۱۱	الف) معادله سهمی را بنویسید که $A(2, 3)$ راس آن بوده و معادله خط هادی آن $x = 3$ باشد. ب) مختصات کانون سهمی را بیابید. پ) مختصات نقطه برخورد سهمی با محور طولها را حساب کنید.	۲

سوالات فصل سوم

۱۲	الف) در فضای سه بعدی، نمودار مربوط به معادلات $\begin{cases} x = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ ، معادله محور است. ب) اگر \vec{a} و \vec{b} دو بردار دلخواه، r عدد حقیقی و $\vec{b} = r\vec{a}$ آنگاه $ \vec{b} = r \vec{a} $ (درست - نادرست) پ) شکل کلی (نمودار) مربوط به رابطه $-1 < x \leq 2$ ، $y = x^2$ را در فضای دو بعدی رسم کنید. ت) طول بردار $\vec{a} = (0, -3, 4)$ را به دست آورید.	۱/۷۵
۱۳	مقدار m را چنان بیابید که دو بردار $\vec{a} = (2, m, -1)$ و $\vec{b} = (m+1, 3, 2)$ بر هم عمود باشند.	۱
۱۴	اگر $ \vec{a} = 3$ و $ \vec{b} = 5$ و حاصل ضرب داخلی دو بردار ۱۰ باشد، مساحت مثلثی که توسط دو بردار \vec{a} و \vec{b} تولید می شود چقدر است؟	۲
۱۵	حجم متوازی السطوحی را به دست آورید که توسط سه بردار $\vec{a} = (1, 0, -1)$ و $\vec{b} = (0, 2, 2)$ و $\vec{c} = (2, -3, 0)$ تولید می شود.	۱/۲۵
۲۰	جمع نمره	موفق و سربلند باشید

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۶/۲۳	
دانش آموزان روزانه بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۱		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	
۱	الف) $(x-1)^2 = 5 \xrightarrow{(+25)} x-1 = \pm\sqrt{5} \rightarrow x = 1 \pm \sqrt{5}$ (۰/۲۵) ص ۱۳ ب) $A + I = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$ (۰/۲۵) ص ۱۹ و ۲۱	۲	
۲	الف) $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 4 & 2 & 0 \\ 7 & 5 & 3 \end{bmatrix}$ (۰/۵) ب) $B^T = B \times B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 \\ -3 & 7 & 6 \\ -2 & 2 & 7 \end{bmatrix}$ (۰/۵) ص ۲۱	۱	
۳	$(A - B)^T = (A - B)(A - B) = A^T - AB - BA + B^T = A^T - 2AB + B^T$ (۰/۲۵) ص ۲۱	۱	
۴	$A - 2I = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (۰/۲۵) $ A - 2I = 2$ (۰/۲۵) $\rightarrow (A - 2I)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ (۰/۵) ص ۲۳	۱	
۵	الف) نادرست (۰/۲۵) ص ۲۶ ب) $ A = 2$ (۰/۲۵) $\ A\ = A^3 = A ^3 = 2^3 = 8$ (۰/۲۵) $ A ^4 = 16$ (۰/۲۵) ص ۳۱ و ۲۹	۱	
۶	الف) بیضی (۰/۲۵) ص ۳۵ ب) درست (۰/۲۵) ص ۵۱	۰/۵	
۷	مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه A و B به یک فاصله اند عمود منصف پاره خط AB است این خط را رسم می کنیم و A می نامیم. (۰/۲۵) مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصله ۳ سانتی متر هستند دو خط d' و d'' می باشند که موازی d هستند. (۰/۲۵) محل برخورد دو خط d' و d'' با خط l جواب مساله است. الف- اگر خط l دو خط d' و d'' را قطع کند مسله دو جواب دارد (۰/۲۵) ب- اگر خط l بر یکی از دو خط d' یا d'' منطبق باشد مسله بی شمار جواب دارد (۰/۲۵) پ- اگر خط l هیچ یک از دو خط d' و d'' را قطع نکند مسله جواب ندارد. (۰/۲۵) رسم یک مورد شکل برای مساله الزامی است (۰/۲۵) ص ۲۸	۱/۵	
	« ادامه در صفحه دوم »		

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۶/۲۳		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
دانش آموزان روزانه بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۱			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	الف) (۰/۲۵) $a < ۱۳$ $\rightarrow ۱۶ + ۳۶ > ۴a \rightarrow a^2 + b^2 > ۴c$ (۰/۲۵) ص ۴۶ ب) $(x-1)^2 + (y-1)^2 = ۴, O = (1,1), r = ۲(۰/۵), d = \frac{ 1+1-1 }{\sqrt{1^2+1^2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}(۰/۵)$ $d < r$ (۰/۲۵) خط و دایره در دو نقطه متقاطع هستند. (۰/۲۵)	۲
۹	از نقطه M به کانونهای بیضی وصل می کنیم تا بیضی را در نقطه D قطع کند، نقطه D روی بیضی قرار دارد بنا بر تعریف بیضی: (۰/۲۵) $DF + DF' = 2a$ بنا بر نامساوی مثلثی در مثلث MDF' داریم: $\underbrace{MD + MF'}_{(۰/۲۵)} > DF' \xrightarrow{+DF}$ $DF + MD + MF' > DF + DF' \xrightarrow{(۰/۲۵)}$ $\underbrace{MF + MF'}_{(۰/۲۵)} > 2a$ ص ۴۷ تکمیل شکل (۰/۲۵)	۱/۲۵
۱۰	$\frac{c}{a} = \frac{۳}{۴}(۰/۲۵) \xrightarrow{a=۸} c = ۶ \xrightarrow{(۰/۲۵)} AF = a - c = ۲$ (۰/۲۵) ص ۴۹	۰/۷۵
۱۱	الف) با توجه به جایگاه راس و معادله خط هادی، سهمی افقی و دهانه آن به سمت چپ می باشد. (۰/۲۵) در این سهمی $a = ۱$ (۰/۲۵) و معادله آن برابر است با: (۰/۵) $(y-3)^2 = -4(x-2)$ ب) مختصات کانون سهمی (۰/۲۵) $F(-a+h, k) = (-1+2, 3) = (1, 3)$ (۰/۲۵) پ) مختصات محل برخورد با محور طول ها برابر است با: (۰/۲۵) $(-\frac{1}{4}, 0)$ (۰/۲۵), $y=0 \rightarrow x = \frac{-1}{4}$ (۰/۲۵) ص ۵۴، ۵۸	۲
	«ادامه در صفحه سوم»	

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۰۶/۲۳		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
دانش آموزان روزانه بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۱			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	الف) عرض ها یا محور لها (۰/۲۵) ص ۶۷ ب- درست (۰/۲۵) ص ۷۵ پ) رسم نمودار (به طوری که نقطه توپر و توخالی مشخص باشد) (۰/۷۵) ص ۶۳ ت) (۰/۲۵) $ \vec{a} = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 5$ (۰/۲۵) ص ۷۳	۱/۷۵
۱۳	$\vec{a} \perp \vec{b} \rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 \xrightarrow{(۰/۲۵)} 2(m+1) + 3m - 2 = 0 \xrightarrow{(۰/۵)} m = 0$ (۰/۲۵) ص ۷۹	۱
۱۴	$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \cos \theta \rightarrow 10 = 3 \times 5 \cos \theta \rightarrow \cos \theta = \frac{2}{3}, \sin \theta = \frac{\sqrt{5}}{3}$ (۰/۲۵) $ \vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \vec{b} \sin \theta = 5\sqrt{5}$ (۰/۲۵) $\rightarrow s_{\Delta} = \frac{1}{2} \vec{a} \times \vec{b} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$ (۰/۲۵) ص ۸۴	۲
۱۵	$(\vec{b} \times \vec{c}) = (6, 4, -4)$ (۰/۵) $v = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = (1, 0, 1) \cdot (6, 4, -4) = 10$ (۰/۲۵) ص ۸۳	۱/۲۵
	اگر دانش آموز به صورت زیر حل کند نمره کامل داده شود: $v = \vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}) = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 2 & -3 & 0 \end{vmatrix} = 10$ (۰/۷۵)	
۲۰	"مصحح گرامی، به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود"	