

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۶/۰۹
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷ صبح به وقت تهران	نام و نام خانوادگی: کد درس: ۱۲۰۵۱
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - تابستان ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد)		
نمره			

۱	الف) برای هر دو ماتریس دلخواه A, B ، تساوی $AB = BA$ برقرار می‌باشد. (درست - نادرست) ب) اگر $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ ، $a_{ij} = 2i - j^2$ ، در این صورت درایه a_{33} برابر ۵- است. (درست - نادرست) پ) $A = \begin{bmatrix} a & a-4 \\ 0 & a+1 \end{bmatrix}$ ماتریسی قطری است، در این صورت مقدار a برابر می‌باشد. ت) اگر A یک ماتریس 3×3 و $ A = 1$ ، در این صورت $ -2A $ برابر است.	۱
---	---	---

۱	پاسخ هر یک از عبارات‌های ستون A را از ستون B انتخاب کنید و در پاسخ‌برگ بنویسید (یکی از اعداد ستون B اضافه است).	۲								
	<table border="1" style="width: 100%;"> <tr> <th style="width: 50%; text-align: center;">B</th> <th style="width: 50%; text-align: center;">A</th> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۳</td> <td>الف) مقدار m در دایره $x^2 + y^2 - my = 3$ در صورتی که مرکز دایره $(0, 1)$ باشد.</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۲</td> <td>ب) مقدار فاصله کانونی یک بیضی با قطر کانونی ۶ که دارای خروج از مرکز $\frac{1}{4}$ است.</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">۱</td> <td></td> </tr> </table>	B	A	۳	الف) مقدار m در دایره $x^2 + y^2 - my = 3$ در صورتی که مرکز دایره $(0, 1)$ باشد.	۲	ب) مقدار فاصله کانونی یک بیضی با قطر کانونی ۶ که دارای خروج از مرکز $\frac{1}{4}$ است.	۱		
B	A									
۳	الف) مقدار m در دایره $x^2 + y^2 - my = 3$ در صورتی که مرکز دایره $(0, 1)$ باشد.									
۲	ب) مقدار فاصله کانونی یک بیضی با قطر کانونی ۶ که دارای خروج از مرکز $\frac{1}{4}$ است.									
۱										

۱	در هر قسمت گزینه صحیح را از میان گزینه‌های داده شده انتخاب کنید و در پاسخ‌برگ بنویسید. الف) اگر \vec{a} یک بردار در فضای \mathbb{R}^3 باشد، کدام گزینه همواره درست است؟ (۱) $\vec{a} \cdot \vec{a} = 0$ (۲) $\vec{a} \times \vec{a} = 0$ (۳) $\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0}$ (۴) $\vec{a} \cdot \vec{a} = 0$ ب) اگر \vec{a}' تصویر قائم \vec{a} بر \vec{b} باشد، حاصل $ \vec{a}' $ کدام است؟ (۱) $\frac{ \vec{a} \cdot \vec{b} }{ \vec{b} }$ (۲) $ \vec{a} \vec{b} $ (۳) $ \vec{a} \cdot \vec{b} $ (۴) $\frac{ \vec{a} \cdot \vec{b} }{ \vec{b} ^2}$	۳
---	---	---

۱	اگر $A = \begin{bmatrix} 2x & 6 \\ x+y & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} y+2 & 3 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ و $A = 2B$ ، در این صورت x و y را حساب کنید.	۴
---	---	---

۱/۵	اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ ، حاصل عبارت $AB + 2I$ را به دست آورید.	۵
-----	--	---

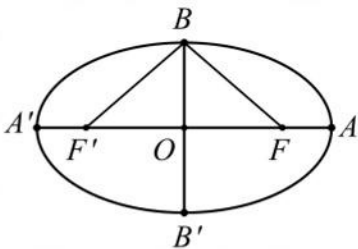
۱/۵	دستگاه $\begin{cases} 3x - y = -6 \\ x + 2y = 5 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.	۶
-----	---	---

۱	دترمینان ماتریس مقابل را با استفاده از دستور ساروس محاسبه کنید. $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & 1 \end{bmatrix}$	۷
---	--	---

۱/۵	دو نقطه A, B و خط d که شامل هیچ یک نیست در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از A, B به یک فاصله بوده و از d به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد (بحث کنید).	۸
-----	--	---

۱/۲۵	در نقطه $A(-1, 0)$ روی دایره $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 20$ مماسی بر آن رسم کرده‌ایم. معادله این خط مماس را به دست آورید.	۹
------	---	---

سؤالات آزمون نهایی درس: هندسه ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۶/۰۹
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷ صبح به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - تابستان ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش	
ردیف		سؤالات (پاسخ برگ دارد)	

۱/۲۵	معادله دایره‌ای را بنویسید که نقاط $A(1, 3)$, $B(3, -1)$ دو سر قطر آن باشند.	۱۰
۱/۵	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>در بیضی مقابل با کانون‌های F, F'، طول قطر بزرگ دو برابر طول قطر کوچک است. اندازه زاویه \widehat{OFB} را به دست آورید.</p> </div> </div>	۱۱
۱/۵	مختصات کانون و معادله سهمی به رأس $A(-2, 5)$ و خط هادی $x = 3$ را بنویسید.	۱۲
۱	الف) اگر نقاط $A = (3, -1, 2)$, $B = (1, -1, 2)$ در دستگاه \mathbb{R}^3 باشند، معادله خط AB را بنویسید. ب) معادله صفحه‌ای در فضای \mathbb{R}^3 را بنویسید که موازی صفحه xy باشد.	۱۳
۱/۵	با فرض $\vec{a} = 2\vec{i} - 2\vec{j}$, $\vec{b} = (3, -1, 1)$, $r = 3$, $s = 2$ ، مختصات بردار $r\vec{a} - s\vec{b}$ را به دست آورید.	۱۴
۱/۲۵	کسینوس زاویه بین دو بردار $\vec{a} = (1, 0, 1)$, $\vec{b} = (-1, 1, 0)$ را به دست آورید.	۱۵
۱/۲۵	اگر $\vec{a} = (m, 2, -1)$, $\vec{b} = (m-1, 1, -1)$, $ \vec{a} \times \vec{b} = \sqrt{2}$ در این صورت مقدار m را به دست آورید.	۱۶
۲۰	جمع نمره	موفق باشید
		صفحه ۲ از ۲

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۶/۰۹
تعداد صفحه: ۴	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷ صبح به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - تابستان ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		

۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۱۹) پ) ۴ (۰/۲۵) (صفحه ۱۲)	ب) درست (۰/۲۵) (صفحه ۲۱) ت) ۸- (۰/۲۵) (صفحه ۳۱)	۱
۲	الف) ۲ (۰/۵) (صفحه ۴۱)	ب) ۳ (۰/۵) (صفحه ۴۸ و ۴۹)	۱
۳	الف) گزینه ۳ $(\vec{a} \times \vec{a} = \vec{0})$ (۰/۵) (صفحه ۷۹ و ۸۲)	ب) گزینه ۱ $\left(\frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{b} } \right)$ (۰/۵) (صفحه ۷۹ و ۸۰)	۱
۴	صفحه ۱۳ و ۱۴ (۰/۲۵) $\begin{cases} x-y=2 \\ x+y=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=-1 \end{cases}$ (۰/۲۵) تذکر: اگر دانش آموزی تساوی ماتریسی را ننویسد ولی دستگاه را نوشته باشد، نمره کامل (۰/۵) منظور گردد.	$\begin{bmatrix} 2x & 6 \\ x+y & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2y+4 & 6 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2x=2y+4 \\ x+y=0 \end{cases} \text{ یا } \begin{cases} x-y=2 \\ x+y=0 \end{cases}$ (۰/۵)	۱
۵	نوشتار اول: $AB + 2I = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -9 & -5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -9 & -3 \end{bmatrix}$ نوشتار دوم: $AB = \begin{bmatrix} 3 & -3 \\ -9 & -5 \end{bmatrix}, 2I = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}, AB + 2I = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -9 & -3 \end{bmatrix}$ (صفحه ۱۴ و ۱۸ و ۱۹)		۱/۵
۶	نوشتار اول: $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow A = 7$ $A^{-1} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{7} & \frac{1}{7} \\ -\frac{1}{7} & \frac{3}{7} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{2}{7} & \frac{1}{7} \\ -\frac{1}{7} & \frac{3}{7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -6 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$ نوشتار دوم: $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -6 \\ 5 \end{bmatrix} = \frac{1}{7} \begin{bmatrix} -7 \\ 21 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = 3 \end{cases}$ (صفحه ۲۵)		۱/۵
۷	صفحه ۱ از ۴ $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 2 \\ -1 & -2 & 1 & -1 & -2 \end{vmatrix} \Rightarrow A = \underbrace{(4-9-8)}_{(0/25)} = \underbrace{(-8-12+3)}_{(0/25)} = \underbrace{-13+17}_{(0/25)} = 4$		۱

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۶/۰۹
تعداد صفحه: ۴	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷ صبح به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - تابستان ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		

۱/۵ **روش اول:**
 مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقاط A, B فاصله برابر دارند، عمودمنصف پاره خط AB است. (۰/۲۵)
 مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ۳ سانتی‌متر باشند، دو خط موازی با d به فاصله ۳ سانتی‌متر از آن است. (۰/۲۵)
 نقاط برخورد عمودمنصف با دو خط موازی جواب مسئله است. (۰/۲۵)
 بحث: حالت اول: اگر خط عمودمنصف، هر دو خط موازی را قطع کند، مسئله دارای دو جواب است. (۰/۲۵)
 حالت دوم: اگر خط عمودمنصف، دو خط موازی را قطع نکند، مسئله جواب ندارد. (۰/۲۵)
 حالت سوم: اگر خط عمودمنصف، منطبق بر یکی از دو خط موازی باشد، مسئله دارای بی‌شمار جواب است. (۰/۲۵)
روش دوم:

(مسئله دو جواب دارد) (۰/۵) (مسئله جواب ندارد) (۰/۵) (مسئله بی‌شمار جواب دارد) (۰/۵)

(صفحه ۳۸)

۱/۲۵ $O(1, 4)$ (۰/۵) $m_{OA} = 2 \Rightarrow m' = -\frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $y - 0 = -\frac{1}{2}(x + 1)$ یا $y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ یا $x + 2y = -1$ (۰/۲۵) (صفحه ۴۵)

۱/۲۵ **روش اول:**
 $O = (2, 1)$ (۰/۵)
 $r = \sqrt{5}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow (x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 5$ (۰/۵)
روش دوم:
 $O(2, 1) \Rightarrow \frac{-a}{r} = 2, \frac{-b}{r} = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 - 4x - 2y + c = 0 \xrightarrow{A(1, 2)} 1^2 + 2^2 - 4(1) - 2(2) + c = 0 \Rightarrow c = 0$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)
 $x^2 + y^2 - 4x - 2y = 0$ (۰/۲۵) (صفحه ۴۲)

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: هندسه ۳	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۶/۰۹
تعداد صفحه: ۴	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷ صبح به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - تابستان ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		

۱/۵	$\underbrace{a = \sqrt{2}b}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{a^2 = b^2 + c^2}_{(0/5)} \Rightarrow c = \sqrt{2}b, \tan(\widehat{OFB}) = \frac{OB}{OF} = \frac{b}{\sqrt{2}b} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \widehat{OFB} = 45^\circ$ <p>راه حل اول:</p> $\underbrace{a = \sqrt{2}b}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{a^2 = b^2 + c^2}_{(0/5)} \Rightarrow c = \sqrt{2}b, \tan(\widehat{OFB}) = \frac{OF}{OB} = \frac{\sqrt{2}b}{b} = \sqrt{2} \Rightarrow \widehat{OFB} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{OFB} = 30^\circ$ <p>راه حل دوم:</p> $\underbrace{a = \sqrt{2}b}_{(0/25)}, \cos(\widehat{OFB}) = \frac{OB}{BF} = \frac{b}{a} = \frac{b}{\sqrt{2}b} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \widehat{OFB} = 45^\circ \Rightarrow \widehat{OFB} = 30^\circ$ <p>راه حل سوم:</p> $\underbrace{a = \sqrt{2}b}_{(0/25)}, \sin(\widehat{OFB}) = \frac{OB}{BF} = \frac{b}{a} = \frac{b}{\sqrt{2}b} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \widehat{OFB} = 45^\circ$ <p>راه حل چهارم:</p> <p>(صفحه ۵۸)</p>	۱۱
۱/۵	$\underbrace{a = \Delta}_{(0/25)} \quad \underbrace{F(-7, 5)}_{(0/5)} \quad \underbrace{(y-5)^2 = -20(x+2)}_{(0/75)}$ <p>تذکر: اگر معادله سهمی به صورت $(y-5)^2 = 20(x+2)$ نوشته شود، (۰/۵) منظور گردد.</p>	۱۲
۱	$z = \underbrace{k}_{(0/25)} \underbrace{(k \neq 0)}_{(0/25)} \quad (ب) \quad \begin{cases} y = -1 & (0/25) \\ z = 2 & (0/25) \end{cases} \quad (الف) \quad (صفحه ۶۷)$ <p>تذکر: در قسمت (ب) اگر به جای k هر عدد حقیقی غیر از صفر نوشته شود، (۰/۵) منظور گردد.</p>	۱۳
۱/۵	$\vec{ra} - \vec{sb} = \underbrace{(6, -6, 0)}_{(0/5)} - \underbrace{(6, -2, 2)}_{(0/5)} = \underbrace{(0, -4, -2)}_{(0/5)}$ $\vec{ra} - \vec{sb} = \underbrace{(6\vec{i} - 6\vec{j})}_{(0/5)} - \underbrace{(6\vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k})}_{(0/5)} = \underbrace{-4\vec{j} - 2\vec{k}}_{(0/5)}$ <p>نوشتار اول:</p> <p>نوشتار دوم:</p> <p>تذکر ۱: اگر فقط مختصات بردار $\vec{a} = (2, -2, 0)$ به صورت $\vec{a} = (2, -2, 0)$ نوشته شود (۰/۲۵) منظور گردد.</p> <p>تذکر ۲: اگر فقط مختصات بردار $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ به صورت $\vec{b} = 3\vec{i} - \vec{j} + \vec{k}$ نوشته شود (۰/۲۵) منظور گردد.</p> <p>(صفحه ۷۶)</p>	۱۴
۱/۲۵	$\underbrace{ \vec{a} = \sqrt{2}}_{(0/25)}, \underbrace{ \vec{b} = \sqrt{2}}_{(0/25)}, \underbrace{\vec{a} \cdot \vec{b} = -1}_{(0/25)} \Rightarrow \cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{ \vec{a} \vec{b} } = \frac{-1}{(\sqrt{2})(\sqrt{2})} = \frac{-1}{2}$ <p>(صفحه ۷۸)</p>	۱۵

صفحه ۳ از ۴

