

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰ مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی			



ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را مشخص کنید. الف) حاصل ضرب سه عدد طبیعی متوالی بر ۶ بخش پذیر است. ب) هیچ عدد صحیحی مانند $x$ و $y$ وجود ندارند که رابطه $x^2 + y^2 = (x + y)^2$ برقرار باشد.	۰/۵
۲	جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید. الف) $a$ و $b$ اعدادی صحیح و $a$ مخالف صفر است. اگر $a   b$ آن گاه عدد ..... شمارنده عدد ..... است. ب) $m$ عددی صحیح است. حاصل $(2m, 6m^3)$ برابر با ..... است.	۰/۷۵
۳	به روش بازگشتی ثابت کنید حاصل ضرب هر دو عدد حقیقی، کوچک‌تر یا مساوی نصف مجموع مربعات آن‌ها است.	۱/۲۵
۴	ثابت کنید اگر $p \geq 5$ عددی اول باشد، آن گاه به یکی از دو صورت $p = 4k + 1$ یا $p = 4k + 3$ نوشته می‌شود.	۰/۷۵
۵	باقی‌مانده تقسیم عدد $A = (1000)^{25} \times 9 + 11$ را بر ۷ بیابید.	۰/۷۵
۶	معادله $7x \equiv 1 \pmod{4}$ را حل کنید.	۱
۷	گراف $G$ که به صورت مقابل است را در نظر بگیرید. الف) $N_G(c)$ را با اعضا مشخص کنید. ب) بزرگ‌ترین درجه در گراف $\bar{G}$ مربوط به کدام رأس و چند است؟ پ) دوری به طول ۵ برای رأس $a$ بنویسید. ت) آیا گراف $G$ همبند است؟	۲
۸	تفاوت بین مجموعه احاطه‌گر مینیمال و مینیمم چیست؟ توضیح دهید.	۱
۹	در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد.	۱
۱۰	عدد احاطه‌گری گراف شکل زیر را با ارائه راه حل، تعیین کنید.	۱/۵
۱۱	الف) یک گراف ۶ رأسی که $\gamma$ - مجموعه آن با اندازه یک باشد، رسم کنید. ب) یک گراف ۶ رأسی که $\gamma$ - مجموعه آن با اندازه دو باشد، رسم کنید.	۱/۵
۱۲	کوتاه پاسخ دهید. می‌خواهیم با حروف «ب» و «ج» و ارقام ۱، ۲، ۴، ۵، ۶، ۸، رمزی شامل ۸ کاراکتر تشکیل دهیم. مطلوب است: الف) تعداد رمزهایی که هر یک از آن‌ها با یک حرف آغاز و حرف دیگر خاتمه یابد. ب) تعداد رمزهایی که در آن‌ها حروف کنار هم باشند.	۱

«بقیه سوالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس : ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی :	رشته : ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان : ۱۴۰۰/۰۳/۸	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰ مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی			
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد		
نمره			
۱۳	به چند طریق می توان از بین ۶ نوع گل ۱۲ شاخه گل انتخاب کرد اگر بخواهیم : از گل نوع اول حداقل یک شاخه، از گل نوع چهارم بیش از ۳ شاخه و از گل نوع ششم فقط یک شاخه انتخاب کنیم.		
۱۴	مربع لاتین $A$ را در نظر بگیرید. ابتدا سطر اول و سطر دوم مربع $A$ را جابه جا کنید. سپس در مربع حاصل ستون دوم و سوم را جابه جا کنید و مربع حاصل را $B$ نام گذاری کنید. متعامد بودن دو مربع لاتین $A$ و $B$ را بررسی کنید.		
	$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{bmatrix}$		
۱۵	در یک کلاس ۳۴ نفری، ۱۵ نفر فوتبال، ۱۱ نفر والیبال و ۹ نفر بسکتبال بازی می کنند. اگر بدانیم ۳ نفر هم فوتبال، هم والیبال و هم بسکتبال بازی می کنند و ۵ نفر فوتبال و والیبال، ۶ نفر والیبال و بسکتبال و ۳ نفر فوتبال و بسکتبال بازی می کنند. مشخص کنید چند نفر فقط در یک رشته بازی می کنند؟		
۱۶	الف) به چند طریق می توان ۴ کلاه متفاوت را بین ۳ نفر توزیع کرد به شرط آن که به هر نفر حداقل یک کلاه داده شود؟ ب) به چند طریق می توان ۴ کلاه متفاوت را بین ۸ نفر توزیع کرد به شرط آن که به هر نفر حداکثر یک کلاه داده شود؟		
۱۷	۵۴ شاخه گل را حداکثر در چند گلدان قرار دهیم تا اطمینان داشته باشیم گلدانی هست که در آن حداقل ۵ شاخه گل قرار گرفته است؟		
۲۰	جمع نمره		
	" موفق باشید "		

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۸	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) (سوال ۱۵ صفحه ۱۷) (ب) نادرست (۰/۲۵) (سوال ۴ صفحه ۸)	۰/۵
۲	الف) عدد $a$ شمارنده عدد $b$ است. (۰/۵) (مفهوم عاد کردن صفحه ۹) (ب) $2m$ (۰/۲۵) (ب سوال ۱۶ صفحه ۱۷)	۰/۷۵
۳	$xy \leq \frac{x^2 + y^2}{2}$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow 2xy \leq x^2 + y^2$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy \geq 0$ (۰/۲۵) $\Leftrightarrow (x - y)^2 \geq 0$ (۰/۲۵) گزاره همواره درست (۰/۲۵) (مشابه الف سوال ۱ صفحه ۸)	۱/۲۵
۴	$p = 4k$ (۱) ، $p = 4k + 1$ (۲) ، $p = 4k + 2 = 2(2k + 1)$ (۳) ، $p = 4k + 3$ (۴) (۰/۲۵) در حالت (۱) و (۳) ، $p$ عددی زوج است که با اول بودن آن تناقض دارد. (۰/۲۵) بنابراین اعداد اول به فرم (۲) یا (۴) خواهند بود. (۰/۲۵) (مشابه سوال ۲ صفحه ۱۵)	۰/۷۵
۵	$1000 \equiv -1 \pmod{25} \Rightarrow \underbrace{(1000)^{25} \times 9 + 11}_{(۰/۲۵)} \equiv (-1)^{25} \times 9 + 11 \equiv 2 \pmod{25} \Rightarrow r = 2$ (۰/۲۵) (مشابه مثال صفحه ۲۱)	۰/۷۵
۶	$7x \equiv 1 \pmod{4} \Rightarrow 7x \equiv 4 \times 5 + 1 \pmod{4} \Rightarrow 7x \equiv 21 \pmod{4} \Rightarrow x \equiv 3 \pmod{4} \Rightarrow x = 4k + 3$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 4k + 3$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x \equiv 3 \pmod{4}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = 4k + 3$ (۰/۲۵) (مشابه سوال ۱۴ صفحه ۳۰)	۱
۷	الف) $N_G(c) = \{a, e, d\}$ (۰/۷۵) (مشابه مثال صفحه ۳۶) (ب) رأس $f$ و $5$ (۰/۵) (مکمل گراف صفحه ۳۷) (پ) $abecda$ (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸) (ت) خیر (۰/۲۵) (تعریف گراف همبند صفحه ۳۹)	۲
۸	مجموعه احاطه‌گر مینیمم مجموعه احاطه‌گری است که کمترین تعداد عضو را دارد ولی مجموعه احاطه‌گر مینیمال مجموعه احاطه‌گری است که با حذف هر یک از رئوس آن دیگر احاطه‌گر نیست و می‌تواند از مجموعه احاطه‌گر مینیمم بیشتر عضو داشته باشد. هر مورد (۰/۲۵) (تعاریف صفحات ۴۴ و ۴۶)	۱
۹	$D = \{a, c, i, d\}$ (۱) (در صورتی که مجموعه های مشابه که ویژگی مسأله را داشت، نوشتند، نمره داده شود. (سوال ۴ صفحه ۴۶))	۱
۱۰	طبق قضیه داریم $\gamma(G) = 2 \leq \gamma(G) = 2 \Rightarrow \left\lfloor \frac{10}{4+1} \right\rfloor = 2$ (۰/۵) از طرفی مجموعه $D = \{e, j\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. (۰/۵) لذا $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۲۵) . بنابراین $\gamma(G) = 2$ (ب سوال ۳ صفحه ۵۲)	۱/۵
۱۱	الف)  (۰/۷۵) (ب)  (۰/۷۵) (سوال ۸ صفحه ۵۳)	۱/۵
۱۲	الف) $6! \times 2!$ (۰/۵) (ب) $2! \times 7!$ (۰/۵) (مشابه مثال صفحه ۵۶)	۱
۱۳	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12$ ، $x_1 \geq 1$ ، $x_2 > 3$ ، $x_6 = 1$ (۰/۵) $y_1 = x_1 - 1$ ، $y_1 \geq 0$ (۰/۲۵) ، $y_2 = x_2 - 4$ ، $y_2 \geq 0$ (۰/۲۵) $y_1 + 1 + x_2 + x_3 + y_2 + 4 + x_5 + 1 = 12$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y_1 + x_2 + x_3 + y_2 + x_5 = 6$ (۰/۲۵) $\Rightarrow C = \binom{10}{4}$ (۰/۵) (مشابه سوال ۸ صفحه ۷۱)	۲

ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۳/۸		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۰	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱/۵	$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \Rightarrow B = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} 21 & 33 & 12 \\ 12 & 21 & 33 \\ 33 & 12 & 21 \end{pmatrix}$ <p>(۰/۲۵)                      (۰/۲۵)                      (۰/۵)</p> <p>(مشابه سوال ۱۳ صفحه ۷۲)                      متعامد نیستند. زیرا در مربع آخر عدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۵)</p>	۱۴
۱/۷۵	$ F =15,  V =11,  B =9,  F \cap V =5,  B \cap V =6,  F \cap B =3$ $ F \cap B \cap V =3$ <p>فقط فوتبال بازی کنند. <math>\Rightarrow  F  -  F \cap V  -  F \cap B  +  F \cap B \cap V  = 15 - 5 - 3 + 3 = 10</math> (۰/۵)</p> <p>فقط والیبال بازی کنند. <math>\Rightarrow  V  -  F \cap V  -  V \cap B  +  F \cap B \cap V  = 11 - 5 - 6 + 3 = 3</math> (۰/۵)</p> <p>فقط بسکتبال بازی کنند. <math>\Rightarrow  B  -  F \cap B  -  V \cap B  +  F \cap B \cap V  = 9 - 3 - 6 + 3 = 3</math> (۰/۵)</p> <p><math>\Rightarrow \text{ج} = 10 + 3 + 3 = 16</math> (۰/۲۵)</p> <p>(ت سوال ۳ صفحه ۸۳)</p>	۱۵
۱	<p>الف) <math>3^4 - (3 \times 2^4 - 3) = 36</math> (مثال صفحه ۷۷) (۰/۵)</p> <p>ب) <math>\frac{8!}{4!} = 1680</math> (مثال صفحه ۷۸) (۰/۵)</p>	۱۶
۰/۷۵	$k+1=5 \Rightarrow k=4$ (۰/۲۵), $kn+1=54 \Rightarrow 4n=53$ (۰/۲۵), $n = \left\lfloor \frac{53}{4} \right\rfloor = 13$ (۰/۲۵) <p>(سوال ۲ کار در کلاس صفحه ۸۲)</p>	۱۷
۲۰	جمع نمره	

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»