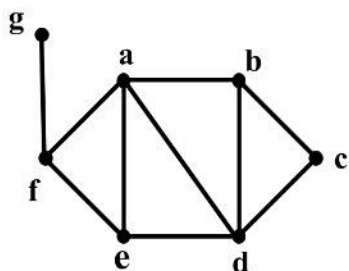


سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	---	------

۱	درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید. الف) حاصل ضرب هر عدد گویای ناصفر در یک عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) حاصل $(3m+2, 3m+1)$ برابر ۱ می باشد. ج) تعداد رئوس فرد هر گراف، عددی فرد است. د) عدد احاطه‌گری P_1 برابر عدد ۳ است.	۱
۲	جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) در یک گراف از مرتبه p ، اگر $\chi(G)=1$ باشد، در این صورت حداقل تعداد یالها برابر است. ب) در یک مربع لاتین چرخشی 4×4 مجموع درایه های روی قطر اصلی برابر است. ج) تعداد توابع یک‌به‌یک از یک مجموعه ۳ عضوی به یک مجموعه ۵ عضوی برابر است.	۱/۵
۳	اگر x, y, z سه عدد حقیقی باشند، ثابت کنید: $x^2 + y^2 + 1 \geq 2xy - z^2$	۰/۷۵
۴	اگر $a \mid m+7$ و $a \mid 2m+3$ در این صورت چند مقدار صحیح و نامنفی برای a وجود دارد؟	۱
۵	باقی‌مانده تقسیم a بر دو عدد ۴ و ۵ به ترتیب برابر ۳ و ۴ می‌باشد، باقی‌مانده تقسیم a بر ۲۰ را محاسبه کنید. (با راه حل)	۱/۵
۶	در معادله سیاله $15x + 19y = 7$ ، بزرگترین عدد ۲ رقمی طبیعی که می‌توان برای x در نظر گرفت چه مقداری می‌باشد؟ (با راه حل)	۱/۲۵
۷	به گراف ۸ رأسی ۳-منتظم چند یال اضافه کنیم تا تبدیل به گراف کامل شود؟ (با راه حل)	۱
۸	گراف G به صورت زیر رسم شده است. با توجه به این گراف به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) مجموعه $N_G(g)$ را بنویسید. ب) یک دور به طول ۵ با شروع از رأس a بنویسید. ج) درجه رأس c در گراف \bar{G} (مکمل گراف G) را مشخص کنید.	۰/۷۵



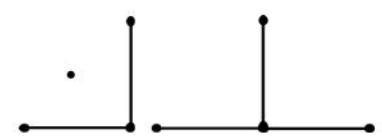
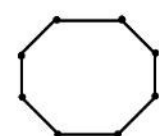
«بقیه سوالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	---	------

۹	<p>گراف زیر را در نظر بگیرید.</p> <p>(الف) یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال با ۴ عضو بنویسید.</p> <p>(ب) یک مجموعه احاطه گر مینیمال با ۴ عضو بنویسید.</p> <p>(ج) با اضافه کردن چه یالی به گراف، عدد احاطه گری گراف ۲ خواهد شد؟</p>	۱/۵
۱۰	<p>(الف) یک گراف ۸ رأسی (همبند یا ناهمبند) با عدد احاطه گری ۳ رسم کنید که <u>یک</u> مجموعه احاطه گر یکتا با اندازه ۳ داشته باشد.</p> <p>(ب) یک گراف ۸ رأسی (همبند یا ناهمبند) با عدد احاطه گری ۳ رسم کنید که <u>بیش از یک</u> مجموعه احاطه گر با اندازه ۳ داشته باشد.</p>	۱
۱۱	<p>(الف) عدد احاطه گری گراف مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید.</p> <p>(ب) این گراف چند γ-مجموعه دارد؟</p>	۱/۷۵
۱۲	<p>اگر داشته باشیم $A = \{7, 8, 9\}$ و $B = \{a, b, c, d, e, f\}$ در این صورت چند کد با شش کارکتر متمایز می توان نوشت که هر یک شامل دو رقم از A و چهار حرف از B باشد؟</p>	۰/۷۵
۱۳	<p>معادله $x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 10$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد؟</p>	۱/۷۵
۱۴	<p>قرار است ۳ راننده با ۳ نوع ماشین در ۳ مسیر متفاوت در ۳ روز اول هفته رانندگی کنند به گونه ای که هر راننده با هر نوع ماشین، هر مسیری را دقیقاً یکبار طی کرده باشد و نیز هر ماشین، هر یک از مسیرها را دقیقاً یک بار طی کند. برای این مسأله برنامه ریزی کنید.</p>	۱/۵
۱۵	<p>چند رمز ۴ رقمی با ارقام ۱ تا ۵ می توان نوشت به طوری که هر رمز، حداقل یک رقم ۳ و یک رقم ۲ را شامل باشد؟ (نیاز به محاسبه پاسخ نهایی نمی باشد)</p>	۱/۵
۱۶	<p>حداقل افراد شرکت کننده در یک همایش چند نفر باشند، تا با اطمینان بتوان گفت که ۵ نفر از آنها در یک ماه متولد شده اند و رقم یکان کد ملی آنها زوج است.</p>	۱/۵
۲۰	جمع نمره	"موفق باشید"

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست (۰/۲۵) (صفحه ۵) ب) درست (۰/۲۵) (صفحه ۱۷) ج) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۴۰) د) نادرست (۰/۲۵) (صفحه ۵۳)	۱
۲	الف) $p-1$ (۰/۵) (صفحه ۵۳) ب) ۴ (۰/۵) (صفحه ۶۳) ج) $\frac{5!}{2!} = 60$ (۰/۵) (صفحه ۷۸)	۱/۵
۳	همواره بدیهی است $(x-y)^2 + z^2 + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy + z^2 + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + 1 \geq 2xy - z^2$ (صفحه ۸) (۰/۲۵)	۰/۷۵
۴	$\begin{cases} a 2m+3 \\ a m+7 \end{cases} \xrightarrow{\times 2} \begin{cases} a 2m+3 \\ a 2m+14 \end{cases} \xrightarrow{(0/25)} a 11 \rightarrow a=1, a=11$ (صفحه ۱۱)	۱
۵	$\begin{cases} a = 5q_1 + 4 & (0/25) \xrightarrow{\times 4} 4a = 20q_1 + 16 & (0/25) \\ a = 4q_2 + 3 & (0/25) \xrightarrow{\times 5} 5a = 20q_2 + 15 & (0/25) \end{cases} \rightarrow a = 20q' - 1 & (0/25) \rightarrow a = 20q'' + 19 & (0/25)$ (صفحه ۱۶)	۱/۵
۶	$15x \equiv 7 \pmod{19} \rightarrow 15x \equiv 45 \pmod{19} \xrightarrow{(15,19)=1} x \equiv 3 \pmod{19}$ $\rightarrow x = 19k + 3 \pmod{19} \xrightarrow{k=5} x = 98 \pmod{19}$ (صفحه ۲۸)	۱/۲۵
۷	$\begin{cases} q = \frac{kn}{2} \rightarrow q = \frac{8 \times 3}{2} = 12 & (0/25) \\ q = \frac{n(n-1)}{2} \rightarrow q = \frac{8 \times 7}{2} = 28 & (0/25) \end{cases} \rightarrow 28 - 12 = 16 & (0/5)$ (صفحه ۴۰)	۱
۸	الف) $\{f\}$ (۰/۲۵) ب) $abdefa$ یا $abcdea$ (۰/۲۵) ج) ۴ (صفحه ۴۱) (۰/۲۵)	۰/۷۵
۹	الف) $\{c, e, h, f\}$ (۰/۵) ب) $\{c, g, i, e\}$ (۰/۵) ج) fh (صفحه ۴۷) (۰/۵) در قسمت الف و ب به مجموعه های درست دیگر نمره تعلق بگیرد.	۱/۵
۱۰	الف)  (۰/۵) ب)  (۰/۵) در قسمت الف و ب برای شکل های درست دیگر نمره تعلق بگیرد. (صفحه ۵۳)	۱

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۲۱		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور خرداد ماه سال ۱۴۰۲			

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف																																																
۱/۷۵	الف) می دانیم $\left[\frac{n}{\Delta+1} \right] \leq \gamma(G)$ پس داریم $\left[\frac{8}{5+1} \right] \leq \gamma(G)$ در نتیجه $2 \leq \gamma(G)$ (۰/۲۵) از طرفی مجموعه ای مانند $\{e, c\}$ (هر کدام از مجموعه های $\{e, b\}$ یا $\{e, d\}$ اگر نوشته شد نیز مورد قبول است) یک مجموعه احاطه گر برای گراف (G) می باشد پس $\gamma(G) \leq 2$ (۰/۵) بنابراین $\gamma(G) = 2$ (۰/۲۵) (فعالیت صفحه ۵۰) (ب) ۳ (۰/۵)	۱۱																																																
۰/۷۵	$\binom{3}{2} \times \binom{6}{4} \times 6!$ (۰/۷۵) (صفحه ۷۱)	۱۲																																																
۱/۷۵	$\begin{cases} x_f = 0 \xrightarrow{(0/25)} x_1 + x_r + x_p = 10 \xrightarrow{(0/25)} \binom{12}{2} = 66 \quad (0/25) \\ \phantom{\xrightarrow{(0/25)}} \phantom{\xrightarrow{(0/25)}} \phantom{\binom{12}{2}} \\ x_f = 1 \xrightarrow{(0/25)} x_1 + x_r + x_p = 8 \xrightarrow{(0/25)} \binom{10}{2} = 45 \quad (0/25) \end{cases}$ (صفحه ۷۱) $\rightarrow 66 + 45 = 111$ (۰/۲۵)	۱۳																																																
۱/۵	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td></td><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr> <tr><td>شنبه</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>یکشنبه</td><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>دوشنبه</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table> \rightarrow <table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td></td><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr> <tr><td>شنبه</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۲</td></tr> <tr><td>یکشنبه</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> <tr><td>دوشنبه</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۳</td></tr> </table> \rightarrow <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td></td><td>a</td><td>b</td><td>c</td></tr> <tr><td>شنبه</td><td>۱۱</td><td>۲۳</td><td>۲۲</td></tr> <tr><td>یکشنبه</td><td>۳۳</td><td>۱۲</td><td>۲۱</td></tr> <tr><td>دوشنبه</td><td>۲۲</td><td>۳۱</td><td>۱۳</td></tr> </table> (۰/۵) (۰/۵) (۰/۵) (صفحه ۷۲)		a	b	c	شنبه	۱	۲	۳	یکشنبه	۳	۱	۲	دوشنبه	۲	۳	۱		a	b	c	شنبه	۱	۲	۲	یکشنبه	۳	۲	۱	دوشنبه	۲	۱	۳		a	b	c	شنبه	۱۱	۲۳	۲۲	یکشنبه	۳۳	۱۲	۲۱	دوشنبه	۲۲	۳۱	۱۳	۱۴
	a	b	c																																															
شنبه	۱	۲	۳																																															
یکشنبه	۳	۱	۲																																															
دوشنبه	۲	۳	۱																																															
	a	b	c																																															
شنبه	۱	۲	۲																																															
یکشنبه	۳	۲	۱																																															
دوشنبه	۲	۱	۳																																															
	a	b	c																																															
شنبه	۱۱	۲۳	۲۲																																															
یکشنبه	۳۳	۱۲	۲۱																																															
دوشنبه	۲۲	۳۱	۱۳																																															
۱/۵	به مربع های لاتین متعامد صحیح دیگر نمره تعلق بگیرد																																																	
۱/۵	$ S = 5^4$ (۰/۲۵) تعداد کل رمزا $ A = 4^4$ (۰/۲۵) تعداد رمزهای فاقد ۳ $ B = 4^4$ (۰/۲۵) تعداد رمزهای فاقد ۲ $ A \cap B = 3^4$ (۰/۲۵) تعداد رمزهای فاقد ۲ و ۳ $ \bar{A} \cap \bar{B} = S - A \cup B = 5^4 - (4^4 + 4^4 - 3^4)$ (۰/۵) (صفحه ۷۵)	۱۵																																																
۱/۵	$n = 12 \times 5 = 60$ (۰/۵) تعداد حالات یکان زوج کد ملی \times تعداد ماه ها = تعداد لانه ها $nk + 1 = 60 \times 4 + 1 = 241$ (۰/۵) تعداد کیبوترها $\xrightarrow[k=4]{n=60} 60 \times 4 + 1 = 241$ (۰/۲۵) طبق تعمیم اصل لانه کیبوتری حداقل ۲۴۱ نفر مورد نیاز است. (۰/۲۵) (صفحه ۸۳)	۱۶																																																
۲۰	جمع نمره																																																	