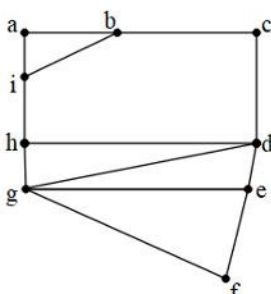


| | | | |
|--|-------------------------|--|----------------------|
| سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته | تعداد صفحه: ۲ | رشته: ریاضی و فیزیک | ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح |
| دوازدهم | تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۹ | نام و نام خانوادگی: | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳ | | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir | |

| ردیف | سؤالات (پاسخ برگ دارد - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.) | نمره |
|------|---|------|
| ۱ | جملات زیر را با نوشتن عدد مناسب در جای خالی تکمیل کنید. الف) اگر a, b دو عدد طبیعی بزرگتر از یک باشند و $27 b, 9a b$ آنگاه $a = \dots$ است. ب) اگر در گراف G از مرتبه ۷ داشته باشیم $\gamma(G) = 1$ در این صورت $\Delta(G)$ برابر با است. پ) مجموع درایه های ستون دوم یک مربع لاتین مرتبه ۴ برابر با است. | ۰/۷۵ |
| ۲ | درستی یا نادرستی گزاره های زیر را مشخص کنید. الف) گراف ساده با درجه رئوس ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ وجود ندارد. ب) اگر α, β دو عدد گنگ غیر مساوی باشند، حاصل $\frac{\alpha + \beta}{2\beta}$ عددی گنگ است. پ) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۶ عضوی برابر با ۱۵ است. | ۰/۷۵ |
| ۳ | اگر $a \neq 0$ عددی صحیح و $2a 3m - 4, 2a 5m - 2$ جوابهای صحیح a را مشخص کنید؟ $(m \in \mathbb{Z})$ | ۱/۵ |
| ۴ | اگر m, n دو عدد طبیعی و a, b دو عدد صحیح باشند و $a \equiv b^m$ نشان دهید، $a^n \equiv b^n$. | ۱ |
| ۵ | برای دو عدد حقیقی x, y نشان دهید: $3x^2 + y^2 \geq 6x - 3$ | ۱/۲۵ |
| ۶ | اگر a, b دو عدد صحیح باشند و $5ab$ عددی فرد باشد، ثابت کنید حاصل $a^2 + b^2$ عددی زوج است. | ۱/۲۵ |
| ۷ | شخصی در یک مسابقه پرتاب دارت، در هر پرتاب ۷ یا ۹ امتیاز و در مجموع ۱۸۳ امتیاز کسب کرده است. حداکثر تعداد پرتابهای ۹ امتیازی او چندتاست؟ | ۱/۵ |
| ۸ | گراف G با مجموعه رئوس $V(G) = \{a, b, c, d, e\}$ مفروض است. اگر داشته باشیم: $N_G(d) = \{a, b, c\}, N_G(c) = \{d, b\}, N_G(b) = \{a, d, c\}$ الف) گراف G را رسم کنید. ب) یک دور به طول ۴ از گراف G بنویسید. پ) دو زیر گراف از مرتبه ۳ و اندازه ۳ از گراف G رسم کنید. ت) حاصل $\Delta(\bar{G}) + q(\bar{G})$ را به دست آورید. | ۲ |
| ۹ | مجموع درجات گراف برابر ۲۴ است. اگر ۳ یال به یالهای گراف G اضافه کنیم، گراف حاصل، گراف کامل می شود. مرتبه گراف G چقدر است؟ | ۱ |

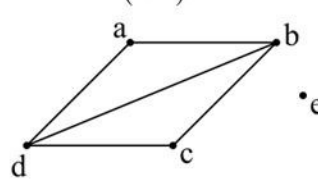
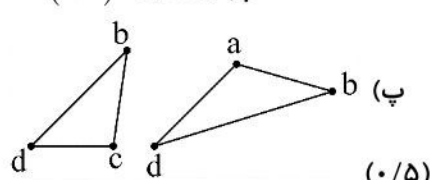
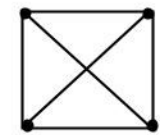
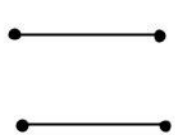
| | | | |
|--|-------------------------|--|----------------------|
| سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته | تعداد صفحه: ۲ | رشته: ریاضی و فیزیک | ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح |
| دوازدهم | تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۰۹ | نام و نام خانوادگی: | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳ | | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir | |

| ردیف | سؤالات (پاسخ برگ دارد - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.) | نمره |
|------|--|-------------|
| ۱۰ | یک گراف ۴ راسی غیر تهی k - منتظم رسم کنید که: الف) k بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. ب) k کمترین مقدار ممکن را داشته باشد. | ۱ |
| ۱۱ | الف) یک مجموعهٔ احاطه گر مینیمال ۳ عضوی از گراف مقابل را بنویسید. ب) عدد احاطه گری گراف مقابل را با ذکر دلیل تعیین کنید. | ۱/۵ |
| |  | |
| ۱۲ | به چند طریق می توان ۶ نفر را در سه اتاق ۳، ۲، ۱ نفره اسکان داد؟ | ۰/۷۵ |
| ۱۳ | معادله $x_1 + 2\sqrt{x_2} + x_3 + x_4 = 5$ چند جواب صحیح نامنفی دارد؟ | ۱/۷۵ |
| ۱۴ | الف) یک مربع لاتین چرخشی مرتبه ۴ بنویسید و آن را A بنامید. ب) مربع لاتین حاصل از جایگشت $\begin{pmatrix} 1 \rightarrow 4 \\ 2 \rightarrow 3 \\ 3 \rightarrow 2 \\ 4 \rightarrow 1 \end{pmatrix}$ را روی مربع لاتین A بسازید و آن را B بنامید. پ) آیا A, B متعامدند؟ چرا؟ | ۱ |
| ۱۵ | در بین اعداد مجموعه $\{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 400\}$ چند عدد وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد ۶ و ۴ بخش پذیر نباشند. | ۱/۵ |
| ۱۶ | ۱۳ نقطه درون یک مستطیل 4×3 قرار دارند. نشان دهید، حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارد که فاصله آنها از هم، کمتر از $\sqrt{2}$ است. | ۱/۵ |
| ۲۰ | جمع نمره | موفق باشید |
| | | صفحه ۲ از ۲ |

| | | | |
|--|--|--|----------------------|
| راهنمای تصحیح‌آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته | | رشته: ریاضی و فیزیک | |
| دوازدهم | | تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹ | ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترنر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳ | | مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir | |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|---|------|
| ۱ | الف) $a=3$ (۰/۲۵) ب) $\Delta(G)=6$ (۰/۲۵) پ) 10 (۰/۲۵) | ۰/۷۵ |
| ۲ | الف) درست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) | ۰/۷۵ |
| ۳ | $2a 5m-2 \Rightarrow 2a 15m-6 \quad (0/25) \quad \Rightarrow 2a 14 \quad (0/25) \rightarrow a 7 \quad (0/25)$ $2a 3m-4 \Rightarrow 2a 15m-20 \quad (0/25)$ $\Rightarrow a = \pm 1, \pm 7 \quad (0/5)$ | ۱/۵ |
| ۴ | $a \equiv b \Rightarrow m a-b \quad (0/25) \Rightarrow m (a-b)(a^{n-1} + ba^{n-2} + \dots + b^{n-1}) \quad (0/5) \Rightarrow m a^n - b^n \Rightarrow a^n \equiv b^n \quad (0/25)$ | ۱ |
| ۵ | $3x^2 + y^2 \geq 6x - 3 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + 3 + y^2 \geq 0 \quad (0/25) \Leftrightarrow 3(x-1)^2 + y^2 \geq 0 \quad (0/5)$ <p>نامساوی همواره برقرار است. (۰/۲۵) (ذکر برگشت پذیر بودن نامساویها (۰/۲۵))</p> | ۱/۲۵ |
| ۶ | $5ab \Rightarrow ab \quad (0/25) \Rightarrow a, b \text{ هر دو فرد} \quad (0/25) \Rightarrow (2k+1)^2 + (2k'+1)^2 =$ $4k^2 + 4k + 1 + 4k'^2 + 4k' + 1 = 2 \left(\underbrace{2k^2 + 2k + 2k'^2 + 2k' + 1}_q \right) \quad (0/5)$ $a^2 + b^2 = 2q \quad (0/25)$ | ۱/۲۵ |
| ۷ | <p>روش اول:</p> $7x + 9y = 183 \rightarrow 7x \equiv 183 \equiv 3 \quad (0/25) \xrightarrow{+18} 7x \equiv 21 \Rightarrow x \equiv 3 \quad (0/25)$ $\Rightarrow x = 9k + 3 \quad (0/25) \Rightarrow 7(9k + 3) + 9y = 183 \quad (0/25) \rightarrow y = 18 - 7k \quad (0/25)$ <p>حداکثر تعداد پرتابه‌های ۹ امتیازی $y = 18$ (۰/۲۵) $k = 0 \Rightarrow y = 18$</p> <p>روش دوم:</p> $7x + 9y = 183 \rightarrow 9y \equiv 183 \equiv 1 \quad (0/25) \xrightarrow{+35} 9y \equiv 36 \Rightarrow y \equiv 4 \quad (0/25)$ $\Rightarrow y = 7k + 4 \quad (0/25) \Rightarrow 7x + 9(7k + 4) = 183 \quad (0/25) \rightarrow x = 21 - 9k \quad (0/25)$ <p>حداکثر تعداد پرتابه‌های ۹ امتیازی $y = 18$ (۰/۲۵) $k = 2 \Rightarrow y = 18$</p> | ۱/۵ |

| | | | |
|--|----------------------|--|---------|
| رشته: ریاضی و فیزیک | | راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته | |
| مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه | ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح | تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹ | دوازدهم |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش azmoon.medu.gov.ir | | دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترنر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳ | |

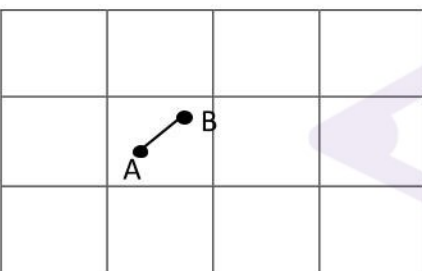
| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|---|------|
| ۸ | <p>(الف) (۰/۵)</p>  <p>(ب) (۰/۵)</p>  <p>(ت) (۰/۵) $4+5=9$</p> | ۲ |
| ۹ | $2q = 24 \rightarrow q = 12 \Rightarrow 15 = \frac{n(n-1)}{2} \Rightarrow n(n-1) = 30 \Rightarrow n = 6$ | ۱ |
| ۱۰ | <p>(الف) (۰/۵)</p>  <p>(ب) (۰/۵)</p>  | ۱ |
| ۱۱ | <p>(الف) (۰/۵) $D = \{e, b, h\}$ (به مجموعه های مینیمال سه عضوی دیگر بارم تعلق گیرد)</p> <p>(ب) (۰/۵) $\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil \Rightarrow \gamma(G) \geq \left\lceil \frac{9}{4+1} \right\rceil = 2$ لذا عدد احاطه گری بزرگتر یا مساوی ۲ است. از طرفی مجموعه $D = \{g, b\}$ یک مجموعه احاطه گر است. پس: $\gamma(G) = 2$</p> | ۱/۵ |
| ۱۲ | <p>روش اول: $\frac{6!}{2! \times 3!} = 60$</p> <p>روش دوم: $\binom{6}{3} \times \binom{3}{2} \times \binom{1}{1} = 60$</p> | ۰/۷۵ |
| ۱۳ | $x_r = 0 \rightarrow x_1 + x_r + x_f = 5 \rightarrow \binom{5+3-1}{3-1} = 21$ $x_r = 1 \rightarrow x_1 + x_r + x_f = 3 \rightarrow \binom{3+3-1}{3-1} = 10$ $x_r = 4 \rightarrow x_1 + x_r + x_f = 1 \rightarrow \binom{1+3-1}{3-1} = 3$ $21 + 10 + 3 = 34$ | ۱/۷۵ |

| | | | |
|--|--|------------------------|--|
| راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته | | رشته: ریاضی و فیزیک | |
| دوازدهم | | تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۱۰/۹ | |
| دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینارگر داخل و خارج کشور دیماه ۱۴۰۳ | | ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح | |
| مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش | | مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه | |
| azmoon.medu.gov.ir | | | |

| ردیف | راهنمای تصحیح | نمره |
|------|---------------|------|
|------|---------------|------|

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----|--|----|----|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| ۱ | <p>الف)</p> <table border="1"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td></tr> <tr><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td></tr> </table> <p>$A =$ (۰/۲۵)</p> <p>ب)</p> <table border="1"> <tr><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۴</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td><td>۴</td></tr> </table> <p>$B =$ (۰/۲۵)</p> <p>\Rightarrow</p> <table border="1"> <tr><td>۱۴</td><td>۲۳</td><td>۳۲</td><td>۴۱</td></tr> <tr><td>۴۱</td><td>۱۴</td><td>۲۳</td><td>۳۲</td></tr> <tr><td>۳۲</td><td>۴۱</td><td>۱۴</td><td>۲۳</td></tr> <tr><td>۲۳</td><td>۳۲</td><td>۴۱</td><td>۱۴</td></tr> </table> <p>پ) خیر - (۰/۲۵) زیرا مربع لاتین ادغام شده، دارای درایه های تکراری است. (۰/۲۵)</p> | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۳ | ۴ | ۱ | ۲ | ۲ | ۳ | ۴ | ۱ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ | ۱ | ۴ | ۳ | ۲ | ۲ | ۱ | ۴ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ | ۴ | ۱۴ | ۲۳ | ۳۲ | ۴۱ | ۴۱ | ۱۴ | ۲۳ | ۳۲ | ۳۲ | ۴۱ | ۱۴ | ۲۳ | ۲۳ | ۳۲ | ۴۱ | ۱۴ | ۱۴ |
| ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۴ | ۱ | ۲ | ۳ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۳ | ۴ | ۱ | ۲ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲ | ۳ | ۴ | ۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۴ | ۳ | ۲ | ۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱ | ۴ | ۳ | ۲ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲ | ۱ | ۴ | ۳ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۳ | ۲ | ۱ | ۴ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۱۴ | ۲۳ | ۳۲ | ۴۱ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۴۱ | ۱۴ | ۲۳ | ۳۲ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۳۲ | ۴۱ | ۱۴ | ۲۳ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| ۲۳ | ۳۲ | ۴۱ | ۱۴ | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

| | | |
|-----|--|----|
| ۱/۵ | $A = \{n \in \mathbb{N} \mid 6 n\} \Rightarrow A = \left[\frac{400}{6} \right] = 66 \text{ (۰/۲۵)}$ $B = \{n \in \mathbb{N} \mid 4 n\} \Rightarrow B = \left[\frac{400}{4} \right] = 100 \text{ (۰/۲۵)}$ $A \cap B = \{n \in \mathbb{N} \mid 12 n\} \Rightarrow A \cap B = \left[\frac{400}{12} \right] = 33 \text{ (۰/۵)}$ $ A \cap B = S - (A + B - A \cap B) \text{ (۰/۲۵)} = 400 - (66 + 100 - 33) = 267 \text{ (۰/۲۵)}$ | ۱۵ |
|-----|--|----|

| | | |
|-----|---|----|
| ۱/۵ |  <p>مستطیل را به ۱۲ خانه مربع شکل 1×1 تقسیم می کنیم (۰/۲۵). ۱۳ نقطه را تعداد کبوترها (۰/۲۵) و ۱۲ خانه را تعداد لانه ها (۰/۲۵) در نظر می گیریم. بنا به اصل لانه کبوتری (۰/۲۵) چون تعداد کبوترها از یک برابر تعداد لانه ها ۱ واحد بیشتر است، لذا خانه ی وجود دارد که شامل بیش از یک کبوتر است. در هر خانه مربع شکل حداکثر فاصله نقاط برابر قطر مربع یعنی $\sqrt{2}$ است. $AB < d = \sqrt{2}$ (۰/۵)</p> | ۱۶ |
|-----|---|----|

| | | |
|----|-----|--|
| ۲۰ | جمع | |
|----|-----|--|