

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۰۹	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

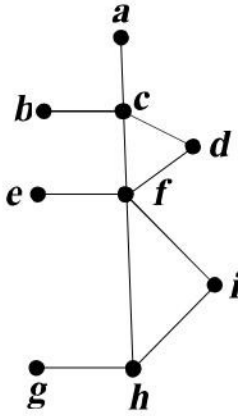
۱	درست یا نادرست بودن عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اگر $a b$ آن گاه $ a, b = m$. ب) معادله هم‌نهشتی $ax \equiv b \pmod{m}$ دارای جواب است اگر و تنها اگر $(a, m) b$. پ) تعداد رأس‌های زوج هر گراف، عددی فرد است. ت) تعداد توابع یک به یک از یک مجموعه ۲ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی برابر ۶ است.	۱
۲	به روش بازگشتی ثابت کنید، اگر $a > 0$ آن گاه $a + \frac{1}{a} \geq 2$.	۱
۳	اگر عدد طبیعی $a > 1$ ، در دو شرط $a 4k + 9$ و $a 6k + 14$ صدق کند، مقدار a را بیابید.	۱
۴	فرض کنید a عددی طبیعی باشد، حاصل $[21a^2, 35a^3]$ را به دست آورید.	۱
۵	باقی مانده تقسیم 13^{22} را بر ۱۷ به دست آورید.	۱
۶	ثابت کنید می‌توان دو طرف یک رابطه هم‌نهشتی را در عددی صحیح ضرب کرد، به عبارتی دیگر، برای اعداد صحیح a, b, c و عدد طبیعی m ، اگر $a \equiv b \pmod{m}$ آن گاه $ac \equiv bc \pmod{m}$.	۱
۷	جواب‌های عمومی معادله سیاله خطی $9x + 13y = 7$ را به دست آورید.	۱/۵
۸	گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) $\delta(G)$ را مشخص کنید. ب) اندازه گراف را تعیین کنید. پ) مجموعه همسایگی بسته رأس b را بنویسید. ت) اگر $N_G(d) = \{e, x, b\}$ باشد، کدام رأس است x ؟	۱/۲۵
		
۹	الف) گراف k -منتظم از مرتبه n را تعریف کنید. ب) آیا گراف ۳-منتظم از مرتبه ۵ وجود دارد؟ دلیل بیاورید.	۱
۱۰	گراف G به صورت مقابل را در نظر بگیرید و به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) دوری به طول ۵ مشخص کنید. ب) مکمل گراف G را رسم کنید.	۱
		

«بقیه سؤالات در صفحه دوم»

شماره صفحه ۱

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۰۹	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱۱	برای گراف روبه‌رو: الف) یک مجموعه احاطه‌گر با ۴ عضو مشخص کنید. ب) مجموعه‌ای از رئوس را مشخص کنید که احاطه‌گر مینیمال باشد.	۱/۲۵																			
۱۲	اگر n تعداد رئوس گراف و Δ ماکزیمم درجه گراف باشد، الف) گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه‌گر برابر $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor$ است. ب) گرافی رسم کنید که برای آن عدد احاطه‌گری بزرگ‌تر از $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor$ باشد.	۱/۲۵																			
۱۳	با حروف کلمه «می سی سی پی» چند جایگشت ۸ حرفی با معنا یا بی معنا می‌توان نوشت؟	۱																			
۱۴	۶ کتاب ریاضی مختلف و ۵ کتاب فیزیک متمایز را به چند طریق می‌توان کنار هم در یک ردیف قرار داد، به طوری که: الف) کتاب‌ها یکی در میان قرار گیرند. ب) کتاب‌های ریاضی کنار هم و کتاب‌های فیزیک نیز کنار هم باشند.	۱/۲۵																			
۱۵	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 14$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد، به شرط آن که $x_1 > 2$, $x_3 > 3$ باشند.	۱																			
۱۶	بررسی کنید، آیا دو مربع لاتین 3×3 روبه‌رو متعامدند؟	۰/۷۵	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> </table>	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱	۲	۳	۲	۳	۱	۳	۱	۲
۱	۲	۳																			
۳	۱	۲																			
۲	۳	۱																			
۱	۲	۳																			
۲	۳	۱																			
۳	۱	۲																			
۱۷	با استفاده از اصل شمول و عدم شمول، تعداد توابع پوشا از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی را به دست آورید.	۱/۷۵																			
۱۸	مجموعه اعداد $A = \{1, 2, 3, \dots, 84\}$ را در نظر بگیرید. نشان دهید هر زیر مجموعه ۴۳ عضوی از A دارای ۲ عضو است که مجموعشان برابر ۸۵ است.	۱																			
	"موفق باشید"	۲۰	جمع نمره																		

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۰۹		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۸	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) درست (۰/۲۵) (قسمت ب سوال ۱ کار در کلاس صفحه ۱۳) ب) نادرست (۰/۲۵) (قضیه صفحه ۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) (نتیجه ابتدای صفحه ۴۰) ت) درست (۰/۲۵) (نکته قسمت دوم فعالیت صفحه ۷۸)	
۱	$a + \frac{1}{a} \geq 2 \Leftrightarrow a^2 + 1 \geq 2a \quad (0/25) \Leftrightarrow a^2 - 2a + 1 \geq 0 \quad (0/25) \Leftrightarrow (a-1)^2 \geq 0 \quad (0/25)$ همواره برقرار است، پس با برگشت روابط حکم برقرار می باشد. (۰/۲۵) (مثال اول صفحه ۷)	۲
۱	$a 4k+9 \Rightarrow a -6(4k+9)+4(6k+14) \Rightarrow a 2 \quad (0/25) \xrightarrow{a>1} a=2 \quad (0/25)$ $a 6k+14 \Rightarrow a 2 \quad (0/25)$ (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۱ سوال ۱)	۳
۱	$A=21a^2=3 \times 7 \times a^2 \quad (0/25), B=35a^2=5 \times 7 \times a^2 \quad (0/25) \Rightarrow [A,B]=105a^2 \quad (0/5)$ (مشابه سوال ۱۶ صفحه ۱۷)	۴
۱	$13 \equiv -4 \pmod{17} \rightarrow 13^2 \equiv 16 \equiv -1 \pmod{17} \rightarrow 13^{22} \equiv -1 \pmod{17} \xrightarrow{-1 \equiv 16} r=16 \quad (0/25)$ (مشابه سوال ۹ صفحه ۲۹)	۵
۱	$a \equiv b \pmod{m} \Rightarrow m a-b \quad (0/25) \Rightarrow m c(a-b) \quad (0/25) \Rightarrow m ac-bc \quad (0/25) \Rightarrow ac \equiv bc \pmod{m}$ (ویژگی ۲ صفحه ۱۹)	۶
۱/۵	$13y \equiv 7 \pmod{9}, (13 \equiv 4, 7 \equiv 16 \pmod{9}) \rightarrow 4y \equiv 16 \pmod{9} \xrightarrow{(4,9)=1} y \equiv 4 \pmod{9}$ $y = 9k + 4 \quad (0/25), x = -13k - 5 \quad (0/25)$ (لطفاً برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.) (مشابه سوال ۱۲ صفحه ۲۹)	۷
۱/۲۵	الف) $\delta(G) = 1 \quad (0/25)$ ب) $q = 6 \quad (0/25)$ پ) $N_G[b] = \{b, a, c, d\} \quad (0/5)$ ت) $x = c \quad (0/25)$ (مشابه سوال ۲ صفحه ۴۱)	۸
۱	الف) گرافی از مرتبه n که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد $k, (0 \leq k < n)$ باشد. (تعریف صفحه ۳۵) ب) وجود ندارد. (۰/۲۵) زیرا: تناقض (۰/۲۵) $5 \times 3 = 2q \Rightarrow \sum_{i=1}^5 \deg v_i = 2q$ (قسمت ت سوال ۸ صفحه ۴۲)	۹
۱	الف) $a, c, d, b, e, a \quad (0/5)$ ب) (مشابه شکل ۱۶ صفحه ۳۷) (۰/۵) (تعریف دور صفحه ۳۸)	۱۰
۱/۲۵	الف) مجموعه احاطه گر با ۴ عضو مانند: $\{c, f, h, g\} \quad (0/5)$ (کار در کلاس صفحه ۴۷) ب) احاطه گر مینیمال مانند: $\{c, f, g\} \quad (0/75)$ (لطفاً برای راه حل های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.)	۱۱

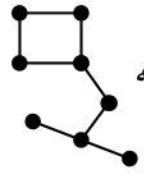
ادامه پاسخ ها در صفحه دوم

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۱۰/۰۹		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور دی ماه سال ۱۳۹۸	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۲ (الف) برای مثال اگر $n=10$ ، رسم C_{10} یا P_{10} . (۰/۲۵) در این گراف‌ها: $\gamma(G) = \left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor = 4$ (۰/۲۵). (کار در کلاس صفحه ۴۹)

(ب) در گرافی مشابه $\gamma(G) = 3$ ولی (۰/۲۵) $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor = 2$ ، (۰/۲۵) (فعالیت صفحه ۵۰)



(لطفاً برای راه‌حل‌های دیگر بارم مناسب در نظر بگیرید.)

۱۳ (مشابه مثال صفحه ۵۸) $\frac{8!}{4! \times 2!} (۰/۷۵) = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5}{2} = 840 (۰/۲۵)$

۱۴ (الف) $(۰/۵) 6! \times 5! \times 2!$ (ب) $(۰/۷۵) 6! \times 5! \times 2!$ (مشابه مثال صفحه ۵۷)

۱۵ $y_1 + 3 + x_2 + y_2 + 4 + x_3 + x_4 = 14 \Rightarrow y_1 + x_2 + y_2 + x_3 + x_4 = 7 (۰/۲۵)$

$\Rightarrow \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{11}{4} (۰/۲۵)$

(مشابه سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۶۱)

۱۶ متعامدند. زیرا در جدول ترکیب شده از دو مربع لاتین، عدد تکراری نداریم. (۰/۲۵)

(شماره ۳ کار در کلاس صفحه ۶۶)

۱۱	۲۲	۳۳
۳۲	۱۳	۲۱
۲۳	۳۱	۱۲

(۰/۵)

۱۷ $1 \leq j \leq 3 \quad A_j = \{f : A \rightarrow B \mid f(a_i) \neq b_j \quad 1 \leq i \leq 4\}$

$A = \{a_1, a_2, a_3, a_4\}, B = \{b_1, b_2, b_3\} (۰/۲۵)$

$|S| = 3^4 (۰/۲۵), |A_i| = 2^4 (۰/۲۵), |A_i \cap A_j| = 1^4 (۰/۲۵), |A_1 \cap A_2 \cap A_3| = 0 (۰/۲۵)$

$\underbrace{|A_1 \cup A_2 \cup A_3|}_{(۰/۲۵)} = |S| - |A_1 \cup A_2 \cup A_3| = 81 - (3 \times 16 - 3 \times 1 + 0) = 36 (۰/۲۵)$

(مشابه فعالیت صفحه ۷۷)

۱۸ (سوال ۱۲ صفحه ۸۳)

تعداد کبوترها = ۴۳ (۰/۲۵) و تعداد لانه‌ها = ۴۲ و به صورت زیر هستند. (۰/۲۵)

(۰/۲۵) $\underbrace{\quad}_{1,84} , \underbrace{\quad}_{2,83} , \underbrace{\quad}_{3,82} , \dots , \underbrace{\quad}_{42,43}$

چنان چه قرار باشد کبوترها لانه‌ها را اشغال کنند، آن گاه طبق اصل لانه کبوتری حداقل دو عدد وجود دارد که در یک لانه جای می‌گیرند و مجموعشان ۸۵ است. (۰/۲۵)

«همکاران گرامی لطفاً برای راه‌حل‌های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»