

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۰ مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی			

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	ثابت کنید حاصل جمع یک عدد گویا و یک عدد گنگ، عددی گنگ است.	۱
۲	درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید. الف) اگر $a b$ و m, n دو عدد طبیعی باشند که $m \leq n$ ، آن گاه $a^m b^n$. ب) اگر $a b$ آن گاه $(a, b) = a$. پ) اگر $a \equiv b \pmod{m}$ باشد، آن گاه باقی مانده های تقسیم دو عدد a و b بر m مساوی اند. ت) منظور از حل معادله هم نهشتی، پیدا کردن همه جواب های حقیقی است که در معادله $ax \equiv b \pmod{m}$ صدق کند.	۱
۳	اگر $a > 1$ ، $a 9k + 4$ و $a 5k + 3$ ، ثابت کنید a عددی اول است.	۱
۴	اگر a عددی صحیح و دلخواه باشد، ثابت کنید همواره یکی از اعداد صحیح a یا $a + 2$ یا $a + 4$ بر ۳ بخش پذیر است.	۱/۵
۵	اگر دو عدد $(2a - 5)$ و $(4a - 7)$ رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد $(9a + 6)$ را به دست آورید.	۱
۶	معادله سیاله $5x + 2y = 18$ را حل کرده و جواب عمومی آن را بنویسید.	۱/۵
۷	با توجه به گراف G (شکل مقابل)، به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) مسیر به طول ۳ از a به c بنویسید. ب) یک دور به طول ۴ مشخص کنید. پ) درجه رأس a در گراف G را تعیین کنید. ت) آیا گراف G همبند است؟ دلیل ارائه کنید. ث) $N_G(f)$ را معین کنید.	۲/۲۵
۸	گراف G ، ۳-منتظم است و اندازه آن ۳ واحد کمتر از ۲ برابر تعداد رأس های گراف است. مرتبه گراف را به دست آورده و گراف G را رسم کنید.	۱/۲۵
۹	عدد احاطه گری گراف شکل مقابل را با ارائه راه حل، تعیین کنید.	۱/۵
۱۰	در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه گر مینیمال مشخص کنید که مینیمم نباشد.	۱
۱۱	می خواهیم ۲۰ نفر را به ۴ گروه ۵ نفره تقسیم کنیم. به چند طریق این کار امکان پذیر است؟	۱
۱۲	کوتاه پاسخ دهید. علی و حسین و ۵ نفر دیگر را به چند طریق می توان در یک صف کنار هم قرار داد، به طوری که: الف) علی و حسین کنار هم باشند. ب) ابتدا و انتهای صف علی و حسین ایستاده باشند.	۱

« بقیه سوالات در صفحه دوم »

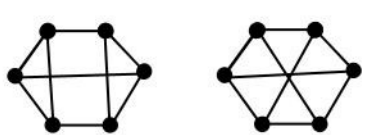
سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۸ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۰ مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی			

ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱۳	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = 15$ چند جواب صحیح نامنفی دارد به شرط آن که $x_1 > 2$ و $x_4 \geq 4$ باشد؟	۱/۵
۱۴	الف) تمام مربع‌های لاتین 2×2 را بنویسید. ب) آیا دو مربع لاتین 2×2 متعامد وجود دارد؟ دلیل بیاورید.	۱/۲۵
۱۵	در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۲۰۰ ($1 \leq n \leq 200$) چند عدد وجود دارد که بر ۴ بخش پذیر باشند ولی بر ۷ بخش پذیر نباشند؟	۱/۵
۱۶	حداقل چند نفر در یک سالن ورزشی مشغول تماشای مسابقه کشتی باشند تا مطمئن باشیم لااقل ۲۰ نفر از آن‌ها روز تولدشان در هفته، یکسان است؟	۰/۷۵
	"موفق باشید"	جمع نمره ۲۰



راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	فرض کنیم r یک عدد گویا و x یک عدد گنگ است. نشان می‌دهیم که $r + x$ یک عدد گنگ است. فرض خلف: فرض کنیم $r + x$ گویا باشد. $(0/25)$ می‌دانیم تفاضل دو عدد گویا عددی گویا است. پس $(0/25) r + x - r \in Q$ یعنی $x \in Q$ و این با فرض گنگ بودن x تناقض دارد. پس فرض خلف باطل و حکم اثبات می‌شود. $(0/25)$ (مثال صفحه ۵)	۱
۲	الف) درست $(0/25)$ (تمرین ۸ صفحه ۱۶) پ) درست $(0/25)$ (تمرین ۶ صفحه ۲۹) ب) نادرست $(0/25)$ (کار در کلاس صفحه ۱۳) ت) نادرست $(0/25)$ (تعریف صفحه ۲۴)	۱
۳	$(0/25) \Rightarrow a 27 - 20 \Rightarrow a 7 \xrightarrow{a>1} a = 7 \in P$ $(0/25)$ $(0/25) \Rightarrow a 9(5k+3) - 5(9k+4) \Rightarrow a 9(5k+3) - 5(9k+4)$ (مشابه مثال صفحه ۱۲)	۱
۴	طبق الگوریتم تقسیم داریم: $a = 3k$ که بر ۳ بخش پذیر است. $(0/25)$ یا $(0/25) \Rightarrow a + 2 = 3(k+1)$ یا $(0/25) \Rightarrow a = 3k + 1$ $(0/25) \Rightarrow a + 4 = 3(k+2)$ که در هر دو مورد بر ۳ بخش پذیر هستند. $(0/25)$ (مشابه سوال ۲ صفحه ۱۵)	۱/۵
۵	$(0/25) \Rightarrow r = 4$ $(0/25) \Rightarrow 9a + 6 \equiv 24 \equiv 4 \pmod{10} \Rightarrow a \equiv 2 \pmod{10}$ $(0/25) \Rightarrow 4a - 7 \equiv 3a - 5 \pmod{10}$ (سوال ۱۰ صفحه ۲۹)	۱
۶	$(0/25) \Rightarrow 5x + 2(5k+4) = 18 \Rightarrow 5x + 10k + 8 = 18 \Rightarrow 5x = 10 - 10k \Rightarrow x = 2 - 2k$ $(0/25) \Rightarrow 2y \equiv 18 \pmod{5} \xrightarrow{(2,5)=1} y \equiv 9 \equiv 4 \pmod{5} \Rightarrow y = 5k + 4$ $(0/25) \Rightarrow x = -2k + 2$ (مشابه سوال ۱۲ صفحه ۲۹)	۱/۵
۷	الف) $abgc$ (تعریف مسیر صفحه ۳۸) ب) $bc d g b$ (تعریف دور صفحه ۳۸) پ) ۵ (مسئله صفحه ۳۸) ت) خیر $(0/25)$ زیرا دارای رأس ایزوله است هیچ مسیری به سایر رئوس وجود ندارد. $(0/5)$ (تعریف گراف همبند صفحه ۳۹) ث) $N_G(f) = \{ \}$ (مشابه مثال صفحه ۳۶)	۲/۲۵
۸	$(0/25) \Rightarrow p = 6$ $(0/25) \Rightarrow \frac{3p}{2} = 2p - 3 \Rightarrow q = 2p - 3$ به یکی از دو گراف زیر $(0/5)$ داده شود.  (مفهوم گراف منتظم صفحه ۳۵ و مشابه سوال ۶ صفحه ۴۲)	۱/۲۵
۹	طبق قضیه داریم $\gamma(G) = 2 \leq \left\lfloor \frac{7}{4+1} \right\rfloor = 1$ $(0/5)$ از طرفی مجموعه $D = \{b, e\}$ یک مجموعه احاطه‌گر است. $(0/5)$ لذا $\gamma(G) \leq 2$ $(0/25)$. بنابراین $\gamma(G) = 2$ $(0/25)$. (مشابه فعالیت صفحه ۵۰)	۱/۵
۱۰	$D = \{a, e, c, h\}$ (۱) (در صورتی که مجموعه‌های مشابه که ویژگی مسئله را داشت، نوشتند، نمره داده شود.) (مشابه سوال ۴ کار در کلاس صفحه ۴۶)	۱
۱۱	در صورتی که جواب را به فرم $\frac{20!}{5! \times 5! \times 5! \times 5!}$ هم نوشتند، نمره داده شود. (مثال صفحه ۵۹) $\binom{20}{5} \binom{15}{5} \binom{10}{5} \binom{5}{5}$ $(0/25) \quad (0/25) \quad (0/25) \quad (0/25)$	۱
۱۲	الف) $6! \times 2!$ $(0/5)$ ب) $2! \times 5!$ $(0/5)$ (مشابه مثال صفحه ۵۷)	۱

ادامه پاسخ‌ها در صفحه دوم

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه													
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۰۶/۲۷															
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۰				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی															
ردیف	راهنمای تصحیح						نمره												
۱۳	$y_1 = x_1 - 3, y_1 \geq 0 \quad (۰/۲۵) , y_4 = x_4 - 4, y_4 \geq 0 \quad (۰/۲۵)$ $y_1 + 3 + x_7 + x_8 + y_4 + 4 + x_5 = 15 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow y_1 + x_7 + x_8 + y_4 + x_5 = 8 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow z = \begin{pmatrix} 12 \\ 4 \end{pmatrix} \quad (۰/۵)$ (مشابه سوال ۹ صفحه ۷۱)						۱/۵												
۱۴	الف) دو نوع مربع لاتین مرتبه ۲ داریم. <table border="1" style="display: inline-table; margin: 10px;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>۲</td><td>۱</td></tr></table> ب) <table border="1" style="display: inline-table; margin: 10px;"> <tr><td>۱۲</td><td>۲۱</td></tr><tr><td>۲۱</td><td>۱۲</td></tr></table> متعامد نیستند. (۰/۲۵) زیرا در مربع بالاعدد دو رقمی تکراری داریم. (۰/۲۵) <table border="1" style="display: inline-table; margin: 10px;"> <tr><td>۳</td><td>۱</td></tr><tr><td>۱</td><td>۳</td></tr></table> (سوال ۲ کار در کلاس صفحه ۶۶)						۱	۲	۲	۱	۱۲	۲۱	۲۱	۱۲	۳	۱	۱	۳	۱/۲۵
۱	۲																		
۲	۱																		
۱۲	۲۱																		
۲۱	۱۲																		
۳	۱																		
۱	۳																		
۱۵	$A = \{1 \leq n \leq 200 \mid n = 4k\} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow A = \left\lfloor \frac{200}{4} \right\rfloor = 50 \quad (۰/۲۵) , B = \{1 \leq n \leq 200 \mid n = 7k\} \quad (۰/۲۵)$ $A \cap B = \{1 \leq n \leq 200 \mid n = 28k\} \Rightarrow A \cap B = \left\lfloor \frac{200}{28} \right\rfloor = 7 \quad (۰/۲۵)$ $ A \cap B' = A - A \cap B \quad (۰/۲۵) = 50 - 7 = 43 \quad (۰/۲۵)$ (سوال ۲ صفحه ۸۳)						۱/۵												
۱۶	$k+1=20 \Rightarrow k=19 \quad (۰/۲۵) , \underbrace{kn+1}_{(۰/۲۵)} = 19 \times 7 + 1 = 134 \quad (۰/۲۵)$ (مشابه مثال صفحه ۸۲)						۰/۷۵												
جمع نمره		۲۰																	

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»