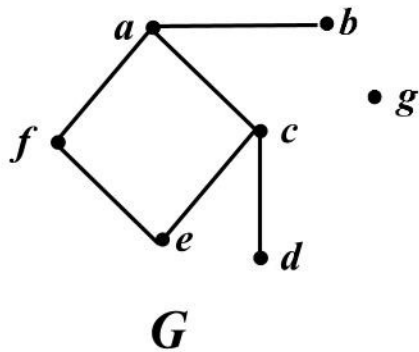


سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۹ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی و فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	سؤالات پاسخ برگ دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	--	------

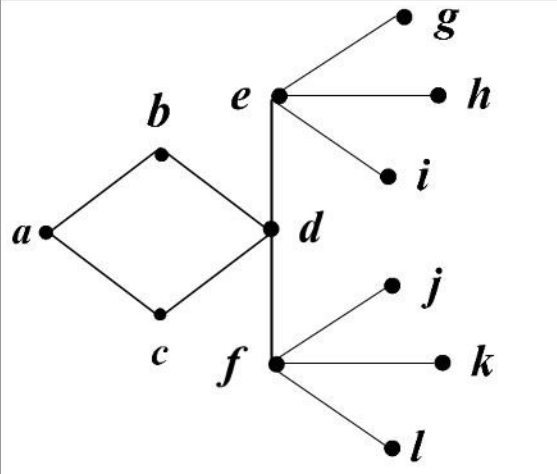
۱	درست یا نادرست بودن گزاره های زیر را مشخص کنید. الف) حاصل ضرب هر عدد گویا، در یک عدد گنگ، عددی گنگ است. ب) برای اعداد صحیح $a$ ، $b$ و $c$ که $a \neq 0$ ، اگر $a \mid b+c$ آن گاه $a \mid b$ یا $a \mid c$ . ج) معادله هم نهشتی $ax \equiv b^m$ دارای جواب است اگر و فقط اگر $(a, m) \mid b$ . د) اگر داشته باشیم $(a, b) = 1$ آن گاه می گوییم؛ $a$ و $b$ نسبت به هم اول اند.	۱
۱/۲۵	برای هر دو عدد حقیقی $x$ و $y$ ، به روش بازگشتی (گزاره های هم ارز) نشان دهید: $2x^2 + 2xy + y^2 \geq 4x - 4$	۲
۱	به روش برهان خلف نشان دهید: اگر $a$ عدد صحیح فرد باشد و $a + 2 \mid b$ ، آن گاه $b$ نیز عددی فرد است.	۳
۱/۲۵	اگر عددی مانند $k$ در $\mathbb{Z}$ باشد به طوری که $7 \mid 2k + 1$ ، ثابت کنید: $49 \mid 4k^2 - 10k - 6$	۴
۱	باقی مانده تقسیم عدد $A = 63^{14} + 1$ را بر ۱۶ به دست آورید.	۵
۱/۵	معادله هم نهشتی $1402x \equiv 11 \pmod{9}$ را حل کنید.	۶
۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید. الف) گرافی را که بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد، گراف ..... می گوییم. ب) تعداد رئوس فرد هر گراف عددی ..... است. ج) مینیمم درجه در گراف کامل از مرتبه $p$ برابر ..... است. د) گرافی را که درجه تمام رئوس آن با هم مساوی و برابر با عدد $k$ باشد، گراف ..... می گوییم.	۷
۲/۵	گراف $G$ به صورت زیر رسم شده است. با توجه به این گراف به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) مرتبه و اندازه آن را بنویسید. ب) مجموع درجات رئوس این گراف را به دست آورید. ج) مجموعه $N_G[c]$ را بنویسید. د) دوری به طول ۴ در این گراف بنویسید. ه) حاصل عبارت $q(\bar{G}) + \deg_{\bar{G}}(g)$ را به دست آورید.	۸



«ادامه سؤالات در صفحه دوم»

سؤالات آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	ساعت شروع: ۹ صبح	نام و نام خانوادگی:	رشته: ریاضی و فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	سؤالات پاسخ برگ دارد. (استفاده از ماشین حساب ساده، با چهار عمل اصلی، مجاز است.)	نمره
------	--	------

۲/۵		<p>۹</p> <p>گراف زیر را در نظر بگیرید:</p> <p>الف) عدد احاطه‌گری گراف را با ذکر دلیل، به دست آورید.</p> <p>ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۸ عضوی بنویسید.</p> <p>ج) یک مجموعه احاطه‌گر غیرمینیمال ۴ عضوی بنویسید.</p>
۱	چهار برادر و سه خواهر می‌خواهند در یک ردیف کنار هم بایستند و عکس یادگاری بگیرند. اگر همواره خواهرها کنار هم و برادرها کنارهم قرار بگیرند، آن‌گاه این عمل به چند طریق امکان پذیر است؟	۱۰
۰/۷۵	با ارقام ۱، ۲، ۳، ۱، ۲، ۲، ۱، ۱، ۱ و ۱ چند کد ۸ رقمی می‌توان نوشت؟	۱۱
۱/۵	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آن که $x_2 = 4$ و $x_4 \geq 3$ باشد؟	۱۲
۱/۵	ابتدا شرط متعامد بودن دو مربع لاتین را نوشته و سپس دو مربع لاتین متعامد از مرتبه ۳ بنویسید.	۱۳
۱/۲۵	در بین اعداد طبیعی ۱ تا ۵۰۰ ( $1 \leq n \leq 500$ ) چند عدد وجود دارد که برهیچ یک از اعداد ۴ و ۵ بخش پذیر نباشند؟	۱۴
۱	یک نجار در هفته ۴ مدل مختلف صندلی در ۳ رنگ متفاوت می‌سازد. او در یک هفته حداقل چند صندلی بسازد تا مطمئن باشیم، حداقل ۳ صندلی هم رنگ و هم مدل ساخته است؟	۱۵
۲۰	جمع بارم « پیروز و سربلند باشید.»	

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (ص ۵) ج) درست (۰/۲۵) (ص ۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵) (ص ۱۱) د) درست (۰/۲۵) (ص ۱۳)	۱
۱/۲۵	$2x^2 + 2xy + y^2 \geq 4x - 4 \Leftrightarrow \underbrace{x^2 + 2xy + y^2}_{(0/25)} + \underbrace{x^2 - 4x + 4}_{(0/25)} \geq 0 \quad (8 \text{ ص})$ $\Leftrightarrow \underbrace{(x+y)^2}_{(0/25)} + \underbrace{(x-2)^2}_{(0/25)} \geq 0$ <p>این رابطه همواره برقرار است (۰/۲۵)</p>	۲
۱	$b = 2k, b   a + 2 \Rightarrow \underbrace{a + 2 = bq}_{(0/25)} \Rightarrow \underbrace{a = 2t}_{(0/25)}$ <p>که با فرض سوال در تناقض است. (۰/۲۵) (ص ۱۶)</p>	۳
۱/۲۵	$v   2k + 1 \Rightarrow \begin{cases} 49   4k^2 + 4k + 1 \\ \Rightarrow 49   4k^2 - 10k - 6 \\ 49   14k + 7 \end{cases} \quad (16 \text{ ص})$	۴
۱	$63 \equiv -1 \pmod{16} \Rightarrow 63^{14} \equiv 1 \pmod{16} \Rightarrow A \equiv 2 \pmod{16} \Rightarrow r = 2$	۵ (ص ۲۱)
۱/۵	$(1 + 4 + 0 + 2)x \equiv 1 + 1 \pmod{9} \Rightarrow 7x \equiv 2 \pmod{9} \Rightarrow 7x \equiv -7 \pmod{9}$ $\Rightarrow x \equiv -1 \pmod{9} \Rightarrow x = 9k - 1$	۶ (ص ۳۰)
۱	الف) همبند (۰/۲۵) (ص ۳۹) ج) $p-1$ (۰/۲۵) (ص ۴۲) ب) زوج (۰/۲۵) (ص ۴۰) د) $k$ -منتظم (۰/۲۵) (ص ۳۵)	۷

راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی و فیزیک	ساعت شروع: ۹ صبح	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۸	<p>الف) <math>p = 7, q = 6</math> (ص ۳۵) (۰/۵)</p> <p>ب) <math>2q = 12</math> (ص ۳۹) (۰/۵)</p> <p>ج) <math>N_G[c] = \{a, c, d, e\}</math> (ص ۳۶) (۰/۵)</p> <p>د) <math>acefa</math> (ص ۳۸) (۰/۵)</p> <p>ه) <math>q(\bar{G}) + d_{\bar{G}}(g) = 15 + 6 = 21</math> (ص ۳۸) (۰/۵)</p>	۲/۵
۹	<p>الف) <math>\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{p}{\Delta + 1} \right\rceil \Rightarrow \gamma(G) \geq 3</math> (*) (ص ۴۹) (۰/۲۵)</p> <p>از طرفی <math>A = \{a, e, f\}</math> یک مجموعه احاطه گر است (۰/۵) بنا به رابطه (*): پس <math>\gamma(G) = 3</math> (۰/۲۵)</p> <p>ب) <math>B = \{a, d, g, h, i, j, k, l\}</math> (ص ۴۶) (۰/۵)</p> <p>به هر مجموعه احاطه گر هشت عضوی مینیمال دیگر نمره تعلق گیرد. (ص ۴۶)</p> <p>ج) <math>C = \{a, e, f, b\}</math> (ص ۴۷) (۰/۵)</p> <p>به هر مجموعه احاطه گر چهار عضوی غیر مینیمال دیگر نمره تعلق گیرد. (ص ۴۷)</p>	۲/۵
۱۰	$3! \times 4! \times 2! = 288$ (۱) (ص ۷۲)	۱
۱۱	$\frac{8!}{4! \times 3! \times 1!}$ (ص ۵۸) (۰/۷۵)	۰/۷۵
۱۲	<p><math>x_1 + x_3 + x_5 = 8</math> (ص ۶۱) (۰/۲۵)</p> <p><math>x_5 - 3 = y_5 \Rightarrow x_1 + x_3 + y_5 = 5 \Rightarrow \binom{7}{2} = 21</math> (ص ۶۱) (۰/۲۵) (۰/۵) (۰/۵)</p>	۱/۵

مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۶/۱۱		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد داخل و خارج کشور شهریور ماه سال ۱۴۰۲			

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۱/۵	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> </table> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> </table> <p style="text-align: right;">نوشتن شرط متعامد بودن (۰/۵)</p> <p style="text-align: right;">هر کدام از مربع های لاتین (۰/۵) (ص ۶۴ و ۶۵)</p>	۲	۳	۱	۳	۱	۲	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱	۲	۳	۱۳
۲	۳	۱																		
۳	۱	۲																		
۱	۲	۳																		
۳	۱	۲																		
۲	۳	۱																		
۱	۲	۳																		
۱/۲۵	$ A  = \left[ \frac{500}{5} \right] = 100,  B  = \left[ \frac{500}{4} \right] = 125,  A \cap B  = \left[ \frac{500}{20} \right] = 25$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)                      (۰/۲۵)                      (۰/۲۵)</p> $ \overline{A \cap B}  =  \overline{A \cup B}  = 500 - (100 + 125 - 25) = 300$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)                      (۰/۲۵)</p>	(ص ۷۵) ۱۴																		
۱	$k+1=3 \Rightarrow k=2, n=3 \times 4=12 \Rightarrow kn+1=12 \times 2+1=25$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)                      (۰/۲۵)                      (۰/۵)</p>	(ص ۸۲) ۱۵																		
۲۰	جمع نمره																			