

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریورماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را تعیین کنید. الف) مجموع هر دو عدد فرد، عددی زوج است. ب) برای هر عدد طبیعی $n$ بزرگتر از ۱، عدد $2^n - 1$ اول است.	۰.۵
۲	جاهای خالی را پر کنید. الف) $[a, b] = c$ اگر و تنها اگر دو شرط زیر برقرار باشند: ۱) $a c, b c$ ۲) $\forall m > 0, \dots\dots\dots$ ب) گراف $G$ را ..... می نامیم هرگاه بین هر دو رأس آن حداقل یک مسیر وجود داشته باشد. ج) مقدار $\gamma(C_n)$ به ازای هر عدد طبیعی $n > 2$ برابر است با: ..... د) هرگاه $(kn+1)$ کبوتر یا بیشتر در ..... لانه قرار بگیرند، در این صورت لانه ای وجود دارد که حداقل ..... کبوتر در آن قرار گرفته است.	۱/۵
۳	برای هر سه عدد حقیقی $x, y, z$ ثابت کنید: $x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz$	۱/۵
۴	اگر باقی مانده تقسیم $a$ بر دو عدد ۵، ۶ به ترتیب ۲، ۳ باشد؛ باقی مانده تقسیم عدد $a$ بر ۳۰ بیابید.	۱/۵
۵	باقی مانده تقسیم $19 + (27)^7$ را بر ۱۳ بیابید.	۱/۵
۶	با تبدیل معادله سیاله خطی $2000x + 5000y = 29000$ به معادله هم نهشتی و حل آن، جواب های عمومی این معادله را بیابید.	۱/۵
۷	گراف $G$ با مجموعه رأس های $V = \{a, b, c, d, e, f\}$ و مجموعه یال های زیر در نظر بگیرید: $E = \{ab, bc, cd, ed, ae, cf, ef\}$ الف) نمودار گراف را رسم کنید. ب) $N_G[b]$ را مشخص کنید. ج) یک مسیر به طول ۵ از $b$ به $d$ بنویسید.	۲
۸	یک گراف ۵ راسی غیر تهی $k$ -منتظم رسم کنید به طوری که: الف) $k$ بیشترین مقدار ممکن را داشته باشد. ب) $k$ کمترین مقدار ممکن را داشته باشد.	۱
« بقیه سؤالات در صفحه دوم »		

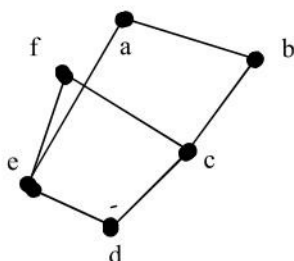
سؤالات امتحان نهایی درس: <b>ریاضیات گسسته</b>	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: <b>۸ صبح</b>	رشته: <b>ریاضی فیزیک</b>
پایه <b>دوازدهم</b> دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: <b>۲</b>	تاریخ امتحان: <b>۱۳۹۸/۶/۴</b>	مدت امتحان: <b>۱۲۰ دقیقه</b>
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در <b>نوبت شهریورماه سال ۱۳۹۸</b>		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	سؤالات پاسخ نامه دارد	نمره
------	-----------------------	------

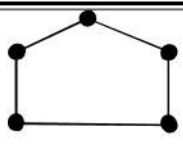

۹	الف) گراف $p_8$ را رسم کنید. ب) یک $7$ -مجموعه از آن را مشخص کنید. ج) یک مجموعه احاطه گر مینیمال $4$ عضوی از آن را مشخص نمایید.	۱/۵
۱۰	در گراف شکل زیر یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال انتخاب کنید؛ سپس با حذف برخی از راس ها، آن را به یک مجموعه احاطه گر مینیمال تبدیل نمایید.	۱
۱۱	۴ کتاب فیزیک متفاوت و ۵ کتاب ریاضی متفاوت را می توانیم به چند طریق در قفسه ای و در یک ردیف بچینیم به طوری که: الف) همواره کتاب های فیزیک کنار هم باشند. ب) هیچ دو کتاب ریاضی کنار هم نباشند. ج) یک کتاب ریاضی خاص و دو کتاب فیزیک خاص همواره کنار هم باشند.	۱/۵
۱۲	تعداد جواب های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_6 = 12$ با شرط $x_1 \geq 4$ , $x_5 > 2$ را محاسبه کنید.	۱
۱۳	قرار است چهار مدرس $T_1, T_2, T_3, T_4$ در چهار جلسه متوالی در چهار کلاس $C_1, C_2, C_3, C_4$ به گونه ای تدریس کنند که هر مدرس در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس کند، برای این منظور برنامه ریزی نمایید.	۱
۱۴	چند عدد طبیعی مانند $n$ به طوری که $1 \leq n \leq 350$ وجود دارد که بر هیچ یک از اعداد $4$ و $6$ بخش پذیر نباشد.	۱/۵
۱۵	۱۳ نقطه درون یک مستطیل $8 \times 6$ قرار دارند؛ نشان دهید حداقل ۲ نقطه از این ۱۳ نقطه وجود دارند که فاصله آنها از هم، کمتر از $\sqrt{8}$ باشد.	۱/۵
	"موفق باشید"	۲۰
	جمع نمره	

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۸		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	الف) درست ۰/۲۵ (ب) نادرست ۰/۲۵ صفحه ۳ کتاب	۰/۵
۲	الف) ۰/۵ $\forall m > 0, a, b   m \Rightarrow c \leq m$ (ب) همبند ۰/۲۵ ج) $\left\lfloor \frac{n}{\Delta+1} \right\rfloor$ ۰/۲۵ (د) به ترتیب متن سوال n و (k+1) ۰/۵ صفحات ۳ و ۳۹ و ۸۲ کتاب	۱/۵
۳	$x^2 + y^2 + z^2 \geq xy + yz + xz \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 \geq 2xy + 2yz + 2xz$ ۰/۲۵ $\Leftrightarrow (x^2 + y^2 - 2xy) + (y^2 + z^2 - 2yz) + (x^2 + z^2 - 2xz) \geq 0$ ۰/۵ $\Leftrightarrow (x-y)^2 + (y-z)^2 + (x-z)^2 \geq 0$ ۰/۵ چون نابرابری آخری همواره درست است پس با بازگشت روابط حکم برقرار است. ۰/۲۵ صفحه ۱۱ کتاب	۱/۵
۴	$\begin{cases} a = 5q + 2 \\ a = 6q' + 3 \end{cases} \cdot / 5 \Rightarrow \begin{cases} 6a = 30q + 12 \\ 5a = 30q' + 15 \end{cases} \Rightarrow a = 30q'' - 3 \cdot / 5$ $\Rightarrow a = 30r + 27 \cdot / 5$ صفحه ۱۶ کتاب	۱/۵
۵	$27 \equiv 1 \pmod{13} \Rightarrow (27)^y \equiv 1^y \pmod{13} \Rightarrow (27)^y + 19 \equiv 1^y + 19 = 20 \pmod{13} \Rightarrow (27)^y + 19 \equiv 7 \pmod{13}$ صفحه ۲۱ کتاب	۱/۵
۶	$2x + 5y = 29 \cdot / 25 \Rightarrow 2x \equiv 29 \pmod{25} \Rightarrow 2x \equiv 4 \pmod{25} \Rightarrow x = 5k + 2 \cdot / 5$ $y = -2k + 5 \cdot / 25$ صفحه ۲۷ کتاب	۱/۵
۷	الف) رسم شکل (۱ نمره) ب) $N_G[b] = \{a, b, c\}$ ۰/۵ ج) $b, a, e, f, c, d$ ۰/۵ صفحه ۳۶ و ۳۹ کتاب	۲

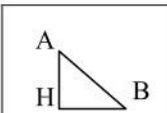
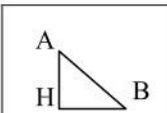
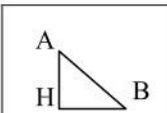


مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۸	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف																									
۱	 <p>(ب) ۰/۵</p>	<p>الف) ۰/۵</p> <p>صفحه ۴۲ کتاب</p>																									
۱/۵	 <p>صفحه ۵۴ کتاب</p> <p>(ج) ۰/۵ {a, d, e, h}</p>	<p>الف) ۰/۵</p> <p>ب) ۰/۵ {a, d, g}</p> <p>لطفاً به پاسخ های دیگر برای قسمت های ب و ج نمره تعلق گیرد.</p>																									
۱	<p>یک مجموعه احاطه گر غیر مینیمال به صورت {a, h, f, b} است. ۰/۵</p> <p>اکنون با حذف راس a از آن، یک مجموعه احاطه گر مینیمال به دست می آید. ۰/۵</p>	<p>صفحه ۴۷ کتاب</p>																									
۱/۵	<p>۳! × ۷!    ۰/۵    ۵! × ۴!    ۰/۵    ۴! × ۶!    ۰/۵</p>	<p>الف) ۰/۵    ۴! × ۶!    ۰/۵</p> <p>صفحه ۷۲ کتاب</p>																									
۱	$x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 12 \rightarrow y_1 + 3 + x_2 + x_3 + x_4 + y_5 + 4 + x_6 = 12$ $y_1 + x_2 + x_3 + x_4 + y_5 + x_6 = 5 \quad ۰/۲۵ \xrightarrow{\binom{n+k-1}{k-1}} \binom{5+6-1}{6-1} (۰/۵)$	<p>۰/۲۵</p> <p>صفحه ۷۲ کتاب</p>																									
۱	<table border="1" data-bbox="909 1568 1276 1825"> <tr> <td></td> <td>۱</td> <td>۲</td> <td>۳</td> <td>۴</td> </tr> <tr> <td>C<sub>1</sub></td> <td>T<sub>1</sub></td> <td>T<sub>2</sub></td> <td>T<sub>3</sub></td> <td>T<sub>4</sub></td> </tr> <tr> <td>C<sub>2</sub></td> <td>T<sub>4</sub></td> <td>T<sub>1</sub></td> <td>T<sub>2</sub></td> <td>T<sub>3</sub></td> </tr> <tr> <td>C<sub>3</sub></td> <td>T<sub>3</sub></td> <td>T<sub>4</sub></td> <td>T<sub>1</sub></td> <td>T<sub>2</sub></td> </tr> <tr> <td>C<sub>4</sub></td> <td>T<sub>2</sub></td> <td>T<sub>3</sub></td> <td>T<sub>4</sub></td> <td>T<sub>1</sub></td> </tr> </table>		۱	۲	۳	۴	C <sub>1</sub>	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	C <sub>2</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	C <sub>3</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	C <sub>4</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>1</sub>	<p>۱۳</p>
	۱	۲	۳	۴																							
C <sub>1</sub>	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>																							
C <sub>2</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>																							
C <sub>3</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>1</sub>	T <sub>2</sub>																							
C <sub>4</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>3</sub>	T <sub>4</sub>	T <sub>1</sub>																							

صفحه ۷۳ (این جدول یکی از پاسخ های ممکن است، لطفاً به پاسخ های درست دیگر نمره تعلق گیرد)

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۳۹۸/۶/۴		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۸	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف												
۱/۵	$ \overline{A_1} \cap \overline{A_2}  =  \overline{A_1 \cup A_2}  =  S  -  A_1  -  A_2  +  A_1 \cap A_2  = 350 - \left[\frac{350}{4}\right] - \left[\frac{350}{6}\right] + \left[\frac{350}{12}\right] = 234 \cdot 0/75$ <p style="text-align: right;">صفحه ۸۴ کتاب</p>	۱۴												
۱/۵	<p>تعداد کبوترها: ۱۳ نقطه ۰/۲۵</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">  </td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> <td style="text-align: center;">•</td> </tr> </table> <p>تعداد لانه ها: ۱۲ مربع به مانند شکل ۰/۲۵</p> <p>طبق اصل لانه کبوتری دو نقطه مانند A و B در یک لانه جای می گیرند. پس:</p> $\begin{cases} AH < 2 \\ BH < 2 \end{cases} \Rightarrow AH^2 + BH^2 < 8 \quad 0/5 \Rightarrow AB^2 < 8 \Rightarrow AB < \sqrt{8} \quad 0/5$ <p style="text-align: right;">صفحه ۸۵ کتاب</p>		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	۱۵
	•	•	•											
•	•	•	•											
•	•	•	•											

«همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»