

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۶/۰۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد		
نمره			

الف) بخش الزامی

دانش آموز عزیز به سوالات ۱ تا ۱۳ جهت کسب ۱۶ نمره پاسخ دهید.

۱	درست یا نادرست بودن گزاره‌های زیر را تعیین کنید. الف) برای هر دو عدد حقیقی x و y ، داریم: $\sqrt{x+y} = \sqrt{x} + \sqrt{y}$. ب) اگر a و b دو عدد حقیقی باشند و $ab = 0$ آن گاه $a = 0$ یا $b = 0$. پ) اگر $a, b \in \mathbb{R}$ داریم: $a < b \Leftrightarrow a^2 < b^2$. ت) حاصل جمع هر دو عدد گنگ، عددی گنگ است.	۱
۱/۲۵	ثابت کنید اگر a و b دو عدد حقیقی نامنفی باشند، داریم: $\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab}$.	۲
۱/۲۵	فرض کنیم a و n دو عدد طبیعی باشند به طوری که $a 2n + 3$ و $a 3n + 4$. نشان دهید $a = 1$.	۳
۱/۵	ثابت کنید اگر $p > 3$ عددی اول باشد، آنگاه به یکی از دو صورت $p = 6k + 1$ یا $p = 6k + 5$ ($k \in \mathbb{W}$) نوشته می‌شود.	۴
۱/۲۵	اگر باقی‌مانده تقسیم اعداد m و n بر ۱۷ به ترتیب ۵ و ۳ باشد، در این صورت باقی‌مانده تقسیم عدد $(2m - 5n)$ بر ۱۷ را محاسبه کنید.	۵
۱/۲۵	رقم یکان عدد $(2^{11} + 7)$ را به دست آورید.	۶
۱	معادله سیاله $2x + 5y = 19$ را حل کنید.	۷
۲/۵	گراف G به صورت مقابل رسم شده است. به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) $\Delta(G)$ ، $\delta(G)$ را مشخص کنید. ب) سه دور به طول ۳ بنویسید. پ) ماکزیمم درجه در مکمل گراف G چند است؟ ت) $N_G(e)$ را با اعضا بنویسید. ث) آیا گراف G همبند است؟	۸
۱	گراف کامل K_p دارای ۱۰ یال است. ابتدا p را به دست آورید، سپس گراف را رسم کنید.	۹
۱/۵	عدد احاطه‌گری گراف زیر را مشخص کنید.	۱۰
۰/۷۵	هشت نفر به چند طریق می‌توانند در سه اتاق، سه نفره، چهار نفره و یک نفره قرار بگیرند؟	۱۱
۱/۲۵	معادله $x_1 + x_2 + \dots + x_5 = 14$ چند جواب صحیح و نامنفی دارد به شرط آن که $x_1 \geq 1$ و $x_3 > 3$ باشند؟	۱۲
۰/۵	یک مربع لاتین چرخشی 4×4 بنویسید.	۱۳

«بقیه سوالات در صفحه دوم»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	نام و نام خانوادگی:	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۲	تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۶/۰۴	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
دانش آموزان روزانه سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	
ردیف	سوالات پاسخ نامه دارد		
نمره			

ب) بخش انتخابی

دانش آموز عزیز جهت کسب ۴ نمره از سوالات ۱۴ تا ۲۱ فقط ۴ سوال را به دلخواه انتخاب کرده و پاسخ دهید.

۱	فرض کنیم $a, b \in \mathbb{Z}, m \in \mathbb{N}$ اگر $a \equiv b^m$, $n \in \mathbb{N}$ ثابت کنید: $a^n \equiv b^{mn}$.	۱۴																		
۱	آیا گراف ۷ رأسی ۳-منتظم وجود دارد؟ برای پاسخ خود دلیل ارائه کنید.	۱۵																		
۱	گراف P_6 را رسم کرده و تمام مسیرهای به طول ۳ را مشخص کنید.	۱۶																		
۱	متعامد بودن دو مربع لاتین زیر را بررسی کنید.	۱۷																		
	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> </table> <table border="1" style="display: inline-table;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> </table>	۱	۲	۳	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱	۲	۳	۲	۳	۱	۳	۱	۲	
۱	۲	۳																		
۳	۱	۲																		
۲	۳	۱																		
۱	۲	۳																		
۲	۳	۱																		
۳	۱	۲																		
۱	در یک کلاس ۲۵ نفری، ۱۵ نفر فوتبال و ۱۴ نفر والیبال بازی می کنند. مشخص کنید چند نفر نه فوتبال بازی می کنند و نه والیبال، به شرط آن که بدانیم ۹ نفر هم فوتبال و هم والیبال بازی می کنند.	۱۸																		
۱	تعداد تابع های یک به یک از یک مجموعه ۳ عضوی به یک مجموعه ۶ عضوی چند تا است؟ (با ذکر دلیل)	۱۹																		
۱	۸ نفر را که برای یک برنامه تلویزیونی پیامک ارسال کرده اند، انتخاب کرده ایم و می خواهیم در ۴ مرحله و در هر مرحله یک جایزه را به یکی از این ۸ نفر (با قرعه کشی) به دلخواه بدهیم. این عمل به چند طریق امکان پذیر است؟ (یک نفر می تواند ۴ جایزه را برنده شود).	۲۰																		
۱	نشان دهید در یک خانواده ۵ نفری حداقل دو نفر فصل تولدشان یکسان است.	۲۱																		
۲۴	جمع نمره	"موفق باشید"																		

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۶/۰۴	
دانش آموزان روزانه سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۹		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

پاسخ سوالات الزامی

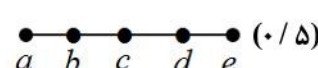
۱	الف) نادرست (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۳) ب) درست (۰/۲۵) (مثال صفحه ۴) پ) نادرست (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۷) ت) نادرست (۰/۲۵) (مشابه قسمت ث کار در کلاس صفحه ۳)	۱
۲	$\frac{a+b}{2} \geq \sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b \geq 2\sqrt{ab} \Leftrightarrow a+b-2\sqrt{ab} \geq 0 \Leftrightarrow (\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 \geq 0$ (۰/۲۵) نابرابری آخر برای a, b نامنفی همیشه درست است. (۰/۲۵). اثبات بازگشتی و حکم برقرار است. (مثال صفحه ۷)	۲
۳	$a 2n+4 \Rightarrow a 2(2n+2) \Rightarrow a 2 \Rightarrow a=\pm 1$ (۰/۲۵) $\xrightarrow{a \in \mathbb{N}} a=1$ (۰/۲۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۱۱)	۳
۴	هرگاه p را بر ۶ تقسیم کنیم، خواهیم داشت: $p=6k$ (۱), $p=6k+1$ (۲), $p=6k+2=2(3k+1)$ (۳) $p=6k+3=3(2k+1)$ (۴), $p=6k+4=2(3k+2)$ (۵), $p=6k+5$ (۶) (۰/۷۵) p در حالات (۱)، (۳) و (۵) زوج و در (۴) بر ۳ بخش پذیر است (۰/۲۵) که با اول بودن p تناقض دارد. (۰/۲۵) بنابراین فقط در حالات (۲) یا (۶)، p می تواند عددی اول باشد که حکم اثبات می شود. (۰/۲۵) (مسئله ۲ صفحه ۱۵)	۴
۵	$m=17q+5$ ($q \in \mathbb{Z}$) (۰/۵) $\Rightarrow (2m-5n)=17(2q-5q')-5$ (۰/۲۵) (مثال پایین صفحه ۱۴) $n=17q'+3$ ($q' \in \mathbb{Z}$) $\Rightarrow (2m-5n)=17(2q-5q'-1)+12$ (۰/۲۵) $\Rightarrow r=12$ (۰/۲۵)	۵
۶	$2^5 \equiv 2 \pmod{5} \Rightarrow 2^{10} \equiv 2^2 \pmod{5} \Rightarrow 2^{11} \equiv 8 \pmod{5} \Rightarrow 2^{11} + 7 \equiv 15 \equiv 5 \pmod{5}$ (۰/۲۵) رقم یکان برابر ۵ است. (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۱۱ صفحه ۲۹)	۶
۷	$2x \equiv 19 \pmod{5} \xrightarrow{(2,5)=1} x \equiv 2 \pmod{5} \Rightarrow x=5k+2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y=-2k+3$ (۰/۲۵) (مشابه کار در کلاس صفحه ۲۷)	۷
۸	الف) $\Delta(G)=4$, $\delta(G)=0$ (۰/۵) ب) c, a, b, c (۰/۲۵), c, a, e, c (۰/۲۵), c, e, d, c (۰/۲۵) پ) $N_G(e)=\{a, c, d\}$ (۰/۷۵) ت) خیر (۰/۲۵) (مفاهیم اساسی گراف از صفحه ۳۲ تا صفحه ۳۹)	۸
۹	$\frac{p(p-1)}{2} = 10$ (۰/۲۵) $\Rightarrow p^2 - p - 20 = 0$ (۰/۲۵) $\Rightarrow p=5$ (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۶ صفحه ۴۲)	۹
	رسم گراف (۰/۲۵)	
۱۰	با توجه $\left\lfloor \frac{8}{3+1} \right\rfloor = 2$ داریم $\gamma(G) \geq 2$. (۰/۲۵) لذا حداقل عدد احاطه گری ۲ است. (۰/۲۵) از طرفی $\{e, c\}$ یک مجموعه احاطه گر است. (۰/۵). پس $\gamma(G) \leq 2$ در نتیجه $\gamma(G) = 2$ (عدد احاطه گری). (۰/۲۵) (قسمت الف تمرین ۳ صفحه ۵۲)	۱۰
۱۱	به راه حل $\binom{8}{4} \binom{4}{3} \binom{1}{1}$ نیز نمره داده شود. (۰/۷۵) $\frac{8!}{3! \times 4!}$ (مشابه مثال صفحه ۵۹)	۱۱

ادامه پاسخها در صفحه دوم

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضیات گسسته
تاریخ امتحان: ۱۳۹۹/۰۶/۰۴		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه سراسر کشور شهریور ماه سال ۱۳۹۹	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف																
۱/۲۵	$y_1 = x_1 - 1 \geq 0 \Rightarrow x_1 = 1 + y_1$ (۰/۲۵) , $y_r = x_r - 4 \geq 0 \Rightarrow x_r = 4 + y_r$ (۰/۲۵) \Rightarrow (سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۶۱) $1 + y_1 + x_r + 4 + y_r + x_r + x_s = 14$ (۰/۲۵) $\Rightarrow y_1 + x_r + y_r + x_r + x_s = 9$ (۰/۲۵) \Rightarrow جوابی = $\begin{pmatrix} 9+5-1 \\ 5-1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 13 \\ 4 \end{pmatrix}$ (۰/۲۵)	۱۲																
۰/۵	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td></tr> <tr><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr> <tr><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td></tr> <tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td></tr> </table> (توضیحات صفحه ۶۳) (۰/۵)	۱	۲	۳	۴	۴	۱	۲	۳	۳	۴	۱	۲	۲	۳	۴	۱	۱۳
۱	۲	۳	۴															
۴	۱	۲	۳															
۳	۴	۱	۲															
۲	۳	۴	۱															

پاسخ سوالات اختیاری

۱	$a \equiv b^m \Rightarrow m a-b$ (۰/۲۵) $\Rightarrow m (a-b)(a^{m-1} + a^{m-2}b + \dots + b^{m-1})$ (۰/۲۵) $\Rightarrow m a^m - b^m$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a^m \equiv b^m$ (۰/۲۵) (مشابه تمرین ۹ صفحه ۲۹)	۱۴									
۱	$\sum_{i=1}^7 \deg v_i = 2q$ (سوال ۸ صفحه ۳۸) (۰/۲۵) $\Rightarrow 3 \times 7 = 2q$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 21 = 2q$ زوج فرد (۰/۲۵) زیرا: (۰/۲۵) همکاری گرامی، در صورتی که دانش آموزی با رسم شکل هم توضیح داد، نمره داده شود.	۱۵									
۱	 (۰/۵) a, b, c, d (۰/۲۵) , b, c, d, e (۰/۲۵) (صفحه ۳۸)	۱۶									
۱	<table border="1" style="display: inline-table; margin-right: 20px;"> <tr><td>۱۱</td><td>۲۲</td><td>۳۳</td></tr> <tr><td>۳۲</td><td>۱۳</td><td>۲۱</td></tr> <tr><td>۲۳</td><td>۳۱</td><td>۱۲</td></tr> </table> در مربع لاتین مقابل، اعداد ۲ رقمی تکراری نداریم. پس دو مربع لاتین، متعامدند. (۰/۲۵) (کار در کلاس صفحه ۶۶)	۱۱	۲۲	۳۳	۳۲	۱۳	۲۱	۲۳	۳۱	۱۲	۱۷
۱۱	۲۲	۳۳									
۳۲	۱۳	۲۱									
۲۳	۳۱	۱۲									
۱	$ \overline{FUV} = S - FUV = 25 - (15 + 14 - 9) = 5$ (۰/۲۵) (مثال صفحه ۷۴)	۱۸									
۱	$A = \{a_1, a_2, a_3\}$, $b = \{b_1, b_2, \dots, b_6\}$ $f(a_1) = b_1 \vee b_2 \vee \dots \vee b_6 \Rightarrow$ به ۶ طریق $f(a_1)$ را تعریف کنیم. (۰/۲۵) (فعالیت صفحه ۷۹) $f \Rightarrow f(a_2) \neq f(a_1) \Rightarrow$ به ۵ طریق $f(a_2)$ را تعریف کنیم. (۰/۲۵) $f \Rightarrow f(a_3) \neq f(a_1), f(a_3) \neq f(a_2) \Rightarrow$ به ۴ طریق $f(a_3)$ را تعریف کنیم. (۰/۲۵) بنابراین طبق اصل ضرب $6 \times 5 \times 4 = 120$ تابع یک به یک داریم. (۰/۲۵) (به روش $P(6,3) = \frac{6!}{3!} = 120$ نیز نمره داده شود).	۱۹									
۱	حل مسأله معادل با یافتن تعداد تابع‌های ممکن از یک مجموعه ۴ عضوی به یک مجموعه ۸ عضوی است. (۰/۵) که برابر با 8^4 است. (۰/۵) (مثال صفحه ۷۸)	۲۰									
۱	فصل تولد = لانه = ۴ (۰/۲۵) و افراد خانواده = کبوتر = ۵ (۰/۲۵). طبق اصل لانه کبوتری (۰/۲۵) حداقل یک لانه (فصل) وجود دارد که ۲ کبوتر (دو نفر از اعضای خانواده) در آن قرار می‌گیرند (در یک فصل به دنیا آمده‌اند). (سوال ۳ کار در کلاس صفحه ۸۰)	۲۱									
۲۴	جمع نمره										

«همکاران گرامی لطفاً برای راه حل‌های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.»