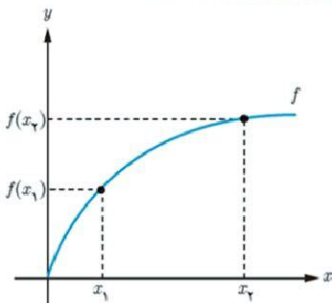


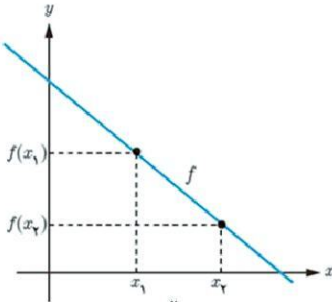
توابع صعودی و توابع نزولی

تابع اکیدا صعودی:



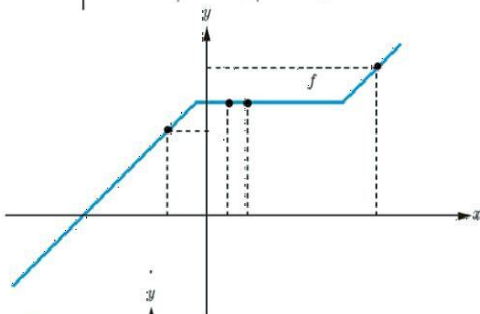
اگر برای هر دو نقطه x_1 و x_2 از دامنه تابع f که $x_1 < x_2$ داشته باشیم $f(x_1) < f(x_2)$ ، آنگاه f را تابعی اکیدا صعودی می نامیم.

تابع اکیدا نزولی:



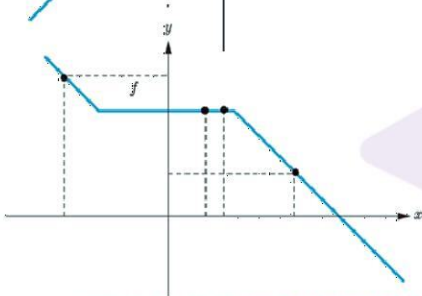
اگر برای هر دو نقطه x_1 و x_2 از دامنه تابع f که $x_1 < x_2$ داشته باشیم $f(x_1) > f(x_2)$ ، آنگاه f را تابعی اکیدا نزولی می نامیم.

تابع صعودی:



اگر برای هر دو نقطه x_1 و x_2 از دامنه تابع f که $x_1 < x_2$ داشته باشیم $f(x_1) \leq f(x_2)$ ، آنگاه f را تابعی صعودی می نامیم.

تابع نزولی:



اگر برای هر دو نقطه x_1 و x_2 از دامنه تابع f که $x_1 < x_2$ داشته باشیم $f(x_1) \geq f(x_2)$ ، آنگاه f را تابعی نزولی می نامیم.



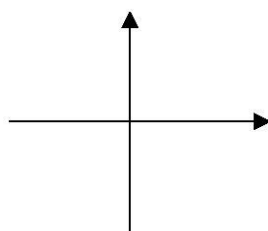
نکته

۱ هر تابع اکیدا یکنوا حتما یکنواست اما عکس این موضوع درست نیست.

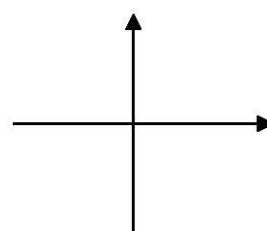
۲ اگر تابعی اکیدا یکنوا باشد حتما یک به یک نیز هست اما عکس این موضوع درست نیست.

۳ اگر تابعی یک به یک نباشد حتما اکیدا یکنوا نیست.

۴ برخی توابع در کل غیر یکنواست اما با محدود کردن آن ها یکنوا می شود.



درجه ۲



قدر مطلق

۵

تست

تابع $f(x) = x^2 - 6x + 7$ در بازه $(-\infty, k]$ اکیدا نزولی است. حداکثر مقدار k را به دست آورید.

۶

تست

نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} & ; x \geq 0 \\ -\sqrt{-x} & ; x < 0 \end{cases}$ را رسم کنید و مشخص کنید آیا این تابع اکیدا یکنوا است؟

۷

تست

به پرسش های زیر پاسخ دهید.

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3 & x < -3 \\ -1 & -3 \leq x \leq 1 \\ -3x + 5 & x > 1 \end{cases}$$

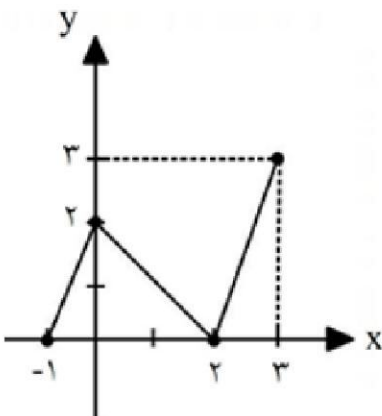
الف) تابع روبرو را رسم کنید.

ب) بازه هایی که در آن ها تابع صعودی، نزولی یا ثابت است را مشخص کنید.

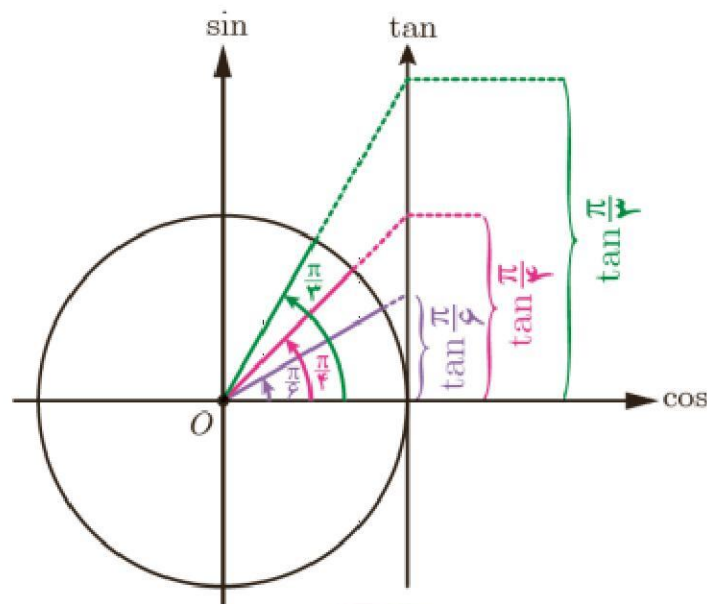
۸

تست

نمودار تابع $f(x)$ در زیر رسم شده است. نمودار تابع $y = -2f\left(2 - \frac{x}{2}\right) + 1$ را رسم کرده، سپس دامنه و برد تابع حاصل را به دست آورید.

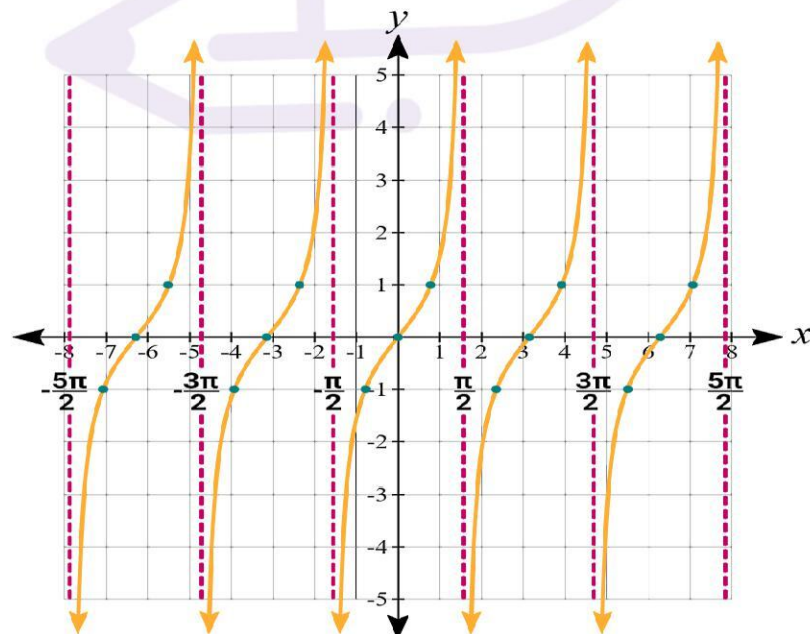


تابع تانژانت و تغییرات آن



همانطور که می بینیم به ازای هر زاویه دلخواه در دایره مثلثاتی (به جز $x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$ ، عددی حقیقی به عنوان $\tan \alpha$ داریم و تابعی با ضابطه $y = \tan \alpha$ مشخص می کند. دامنه این تابع مجموعه $D = \{x \in \mathbb{R} | x \neq k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$ است و برد آن مجموعه اعداد حقیقی است. به سادگی می توان دید تابع $y = \tan \alpha$ تابعی متناوب است و دوره تناوب آن π است، زیرا:

$$\tan(\pi + x) = \tan x$$

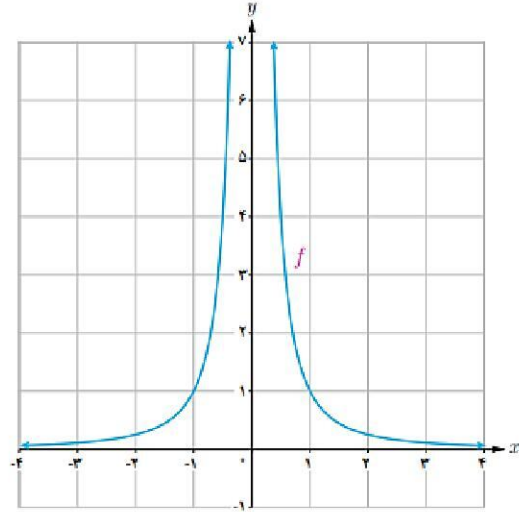
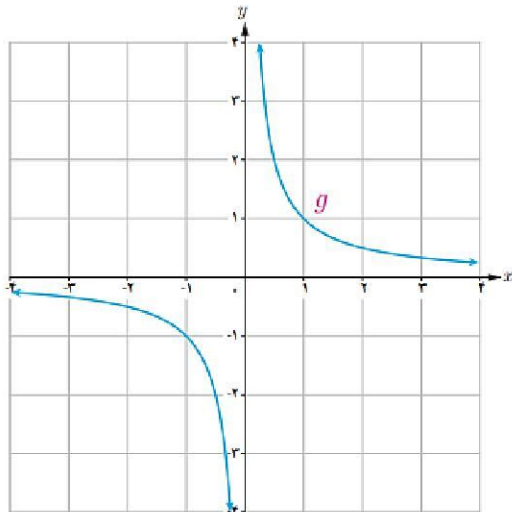


نکته تابع تانژانت در کل غیریکنواست اما در بازه هایی که شامل مضارب فرد $\frac{\pi}{2}$ نباشد اکیدا صعودی است.

مختص رشته ریاضی

مجانِب قائم

به نمودارهای هریک از توابع $f(x) = \frac{1}{x^2}$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ در اطراف نقطه صفر توجه کنید.



می گویند. $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} g(x) = -\infty$ خط $x = 0$ را در هر دو منحنی، مجانب قائم نمودار

تعریف: خط $x = a$ را مجانب قائم نمودار تابع $f(x)$ گویند هرگاه حداقل یکی از شرایط زیر برقرار باشد.

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = -\infty$$

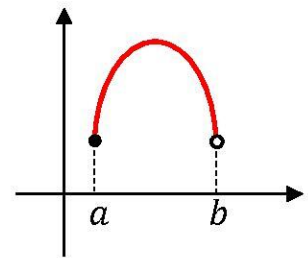
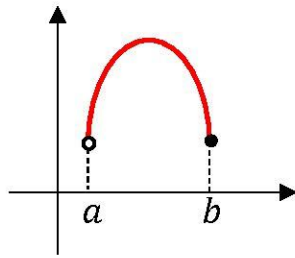
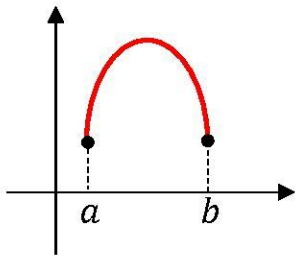
$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = -\infty$$

یک نتیجه مهم:

مجانِب افقی

خط $y = L$ را مجانب افقی نمودار $y = f(x)$ می نامیم به شرطی که حداقل یکی از دو شرط $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = L$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = L$ برقرار باشد.

مشتق پذیری روی بازه



بنابراین: برای اینکه تابع در یک بازه $[a, b]$ مشتق پذیر باشد:

۱) باید در تمامی نقاط بازه (a, b) مشتق پذیر باشد.

۲) از هر طرفی که بازه بسته بود تابع در آن نقطه از راست یا چپ مشتق داشته باشد.

محاسبه تابع مشتق

۱- اگر $f(x) = c$ آنگاه $f'(x) = 0$ ، به عبارت دیگر مشتق تابع ثابت در هر نقطه برابر صفر است.

۲- اگر $n \in \mathbb{N}$ و $f(x) = x^n$ آنگاه $f'(x) = nx^{n-1}$.

۳- به طور کلی اگر n یک عدد صحیح باشد و $f(x) = x^n$ آنگاه: $f'(x) = nx^{n-1}$.

۴- اگر $f(x) = \sqrt{x}$ و $x > 0$ آنگاه $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

۵- اگر $f(x) = \sqrt{ax+b}$ و $ax+b > 0$ آنگاه $f'(x) = \frac{a}{2\sqrt{ax+b}}$.

۶- اگر $f(x) = \sqrt[n]{x}$ آنگاه $f'(x) = \frac{1}{n\sqrt[n]{x^{n-1}}}$.

۷- اگر توابع f و g در $x = a$ مشتق پذیر باشند، آنگاه توابع kf ، $f \pm g$ ، fg و $\frac{f}{g}$ ($g(a) \neq 0$) نیز در $x = a$ مشتق پذیرند و داریم:

الف) $(f \pm g)'(a) = f'(a) \pm g'(a)$

ب) $(kf)'(a) = kf'(a)$

پ) $(fg)'(a) = f'(a)g(a) + f(a)g'(a)$

ت) $\left(\frac{f}{g}\right)'(a) = \frac{f'(a)g(a) - g'(a)f(a)}{(g(a))^2}$