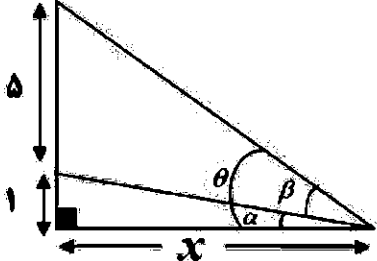


سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲		تعداد صفحه: ۲		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	
دوره دوم متوسطه - دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۷		نام و نام خانوادگی:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایتارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳							
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.						
۰.۵	۱	<p>درستی یا نادرستی عبارات های زیر را تعیین کنید.</p> <p>الف) اگر توابع <math>f</math> و <math>g</math> در یک فاصله اکیداً نزولی باشند، تابع <math>f + g</math> نیز در آن فاصله اکیداً نزولی است.</p> <p>ب) اگر <math>x = c</math> طول یک نقطه اکسترمم نسبی تابع <math>f</math> باشد، آن گاه <math>f'(c) = 0</math>.</p>					
۰.۷۵	۲	<p>جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) تابع <math>f(x) = (x - 2)^2 + 1</math> را در نظر بگیرید. نمودار <math>f^{-1}</math> از ناحیه ..... محورهای مختصات عبور نمی کند.</p> <p>ب) حاصل <math>\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}^+} \tan x</math> برابر ..... است.</p> <p>پ) اگر <math>f'(4) = 2</math> و <math>f(4) = -1</math>، خط مماس بر نمودار <math>f</math> در <math>x = 4</math>، محور <math>y</math> ها را در نقطه ای به عرض ..... قطع می کند.</p>					
۱.۲۵	۳	<p>نمودار تابع <math>f(x)</math> در زیر رسم شده است، نمودار تابع <math>y = -f(2x - 1)</math> را رسم کرده، سپس دامنه و برد تابع حاصل را به دست آورید.</p>					
۱.۲۵	۴	<p>الف) اگر چندجمله ای <math>p(x) = x^3 + mx + 2</math> بر <math>x - 2</math> بخش پذیر باشد، آنگاه باقی مانده تقسیم <math>p(x)</math> بر <math>x + 1</math> را به دست آورید.</p> <p>ب) چندجمله ای <math>x^5 - 1</math> را طوری تجزیه کنید که <math>x - 1</math> یک عامل آن باشد.</p>					
۱	۵	<p>نمودار داده شده در شکل زیر مربوط به تابع با ضابطه <math>y = a \sin bx + c</math> است. با فرض <math>a &gt; 0</math>، مقادیر <math>a</math>، <math>b</math> و <math>c</math> را به دست آورید.</p>					

سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲		تعداد صفحه: ۲		رشته: ریاضی و فیزیک		ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	
دوره دوم متوسطه - دوازدهم		تاریخ آزمون: ۱۴۰۳/۰۳/۱۷		نام و نام خانوادگی:		مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایشارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳							
ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است.						
۶	معادله $\sin 2x = \sin x$ را حل کنید.						
۷	<p>نشان دهید در شکل زیر رابطه بین زاویه <math>\beta</math> و <math>x</math> به صورت زیر است.</p>  $\tan \beta = \frac{5x}{x^2 + 6}$						
۸	<p>حدهای زیر را محاسبه کنید. (نماد [ ] علامت جزء صحیح است.)</p> <p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[2x] - 1}{x - 1}</math>      ب) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x}{1 - x^2}</math>      پ) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 + 2x + 1)</math></p>						
۹	<p>مجانِب های قائم و افقی منحنی تابع <math>f(x) = \frac{2x-1}{x^3+2x}</math> را به دست آورده و سپس وضعیت نمودار تابع را در نزدیکی مجانب قائم آن نمایش دهید.</p>						
۱۰	<p>مشتق پذیری تابع <math>f(x) = \begin{cases}  x  &amp; x &lt; 0 \\ x^2 &amp; x \geq 0 \end{cases}</math> را در نقطه <math>x = 0</math> به کمک تعریف مشتق بررسی کنید.</p>						
۱۱	<p>اگر <math>f'(1) = 3</math>، <math>g'(1) = 5</math> و <math>f(1) = 1</math>، مقدار مشتق <math>(f+g)</math> در <math>x=1</math> را به دست آورید.</p>						
۱۲	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)</p> <p>الف) <math>f(x) = (x^3 + 1)^2 (\sqrt{3x + 2})</math>      ب) <math>g(x) = \sin^2 3x + \tan(x^2)</math></p>						
۱۳	<p>جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می کنیم. فرض کنیم ارتفاع این جسم (برحسب متر) از سطح زمین در هر لحظه از معادله <math>h(t) = -5t^2 + 40t</math> به دست می آید. (<math>t</math> برحسب ثانیه)</p> <p>الف) سرعت متوسط جسم در بازه زمانی <math>[3, 4]</math> را به دست آورید.</p> <p>ب) لحظه ای را معلوم کنید که سرعت جسم برابر <math>20 \text{ m/s}</math> است.</p>						
۱۴	<p>مقدار ماکزیمم مطلق تابع <math>f(x) = x^3 - 12x</math> در بازه <math>[-1, 3]</math> را به دست آورید.</p>						
۱۵	<p>مقادیر <math>a</math>، <math>b</math> و <math>c</math> را در تابع <math>f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c</math> طوری به دست آورید که در نقطه <math>(3, -1)</math> اکسترمم نسبی داشته باشد و <math>x=1</math> طول نقطه عطف آن باشد.</p>						
۱۶	<p>جدول رفتار و نمودار تابع <math>y = (x+2)(x-4)^2</math> را رسم کنید.</p>						

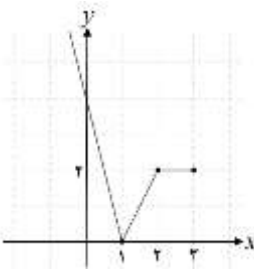
مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲
تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/۱۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) درست (صفحه ۲۲) (۰/۲۵) (ب) نادرست (صفحه ۱۱۶) (۰/۲۵)	۰/۵
---	---	-----

۲	الف) چهارم (صفحه ۲۱) (۰/۲۵) (ب) $-\infty$ (صفحه ۵۰) (۰/۲۵) (پ) $-9$ (صفحه ۸۳) (۰/۲۵)	۰/۷۵
---	--	------

۳	دامنه: $(-\infty, 3]$ (۰/۲۵) برد: $[0, +\infty)$ (۰/۲۵) رسم نمودار: (۰/۷۵) (صفحه ۱۲)	۱/۲۵
---	---	------



توضیحات جهت تصحیح: در رسم نمودار، هر قسمت که درست رسم شده است، (۰/۲۵) نمره تعلق گیرد. در صورتیکه دانش آموزی نمودار را اشتباه رسم کرده، اما مطابق آن نمودار اشتباه، دامنه یا برد را درست نوشته است، نمره دامنه یا برد منظور شود.

۴	الف) $p(2) = 0 \Rightarrow 8 + 2m + 2 = 0 \Rightarrow m = -5$ (۰/۲۵) ب) $x^5 - 1 = (x-1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$ (۰/۵) (صفحه ۲۰ و ۲۲) توضیحات جهت تصحیح: اگر دانش آموزی از روش تقسیم معمولی مسئله را حل کند، نمره کامل تعلق گیرد. اگر دانش آموزی مقدار $m$ را اشتباه به دست آورد و قسمت دوم (الف) را بر اساس آن مقدار، درست حل کند، به قسمت دوم نمره تعلق گیرد. در قسمت (ب)، اگر علامت قسمت دوم تجزیه، یکی در میان مثبت و منفی گذاشته شده باشد، ۰/۲۵ نمره تعلق گیرد.	۱/۲۵
---	---	------

۵	$T = \pi = \frac{2\pi}{ b } \Rightarrow  b  = 2 \xrightarrow{b < 0} b = -2$ (صفحه ۲۸) (۰/۲۵) $c = 1$ (۰/۲۵) $ a  = 2 \xrightarrow{a > 0} a = 2$ (۰/۲۵)	۱
---	--	---

۶	روش اول: $\begin{cases} 2x = 2k\pi + x \\ 2x = 2k\pi + \pi - x \end{cases} (k \in \mathbb{Z}) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ روش دوم: $2 \sin x \cos x - \sin x = 0 \Rightarrow \sin x (2 \cos x - 1) = 0$ (۰/۲۵) $\begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{cases}$ (صفحه ۳۹) (۰/۵)	۱
---	---	---

در روش دوم، اگر دانش آموز جواب  $\sin x = 0$  را به صورت  $2k\pi + \pi$ ،  $x = 2k\pi$  نوشته باشد، نمره تعلق گیرد.

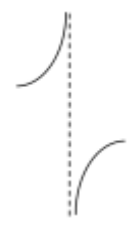
ادامه پاسخها در صفحه دوم

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲
تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/۱۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۱	<p>روش اول: <math>\tan \beta = \tan(\theta - \alpha) = \frac{\tan \theta - \tan \alpha}{1 + \tan \theta \tan \alpha} = \frac{\frac{6}{x} - \frac{1}{x}}{1 + \frac{6}{x} \cdot \frac{1}{x}} = \frac{\frac{5}{x}}{\frac{x^2 + 6}{x^2}} = \frac{5x}{x^2 + 6}</math> (صفحه ۴۳)</p> <p>(۰/۲۵)</p> <p>(۰/۵)</p> <p>(۰/۲۵)</p> <p>اگر دانش آموز از مفهوم شیب و رابطه <math>\tan \beta = \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}</math> در حل مسئله استفاده کند، (۰/۲۵) بارم این قسمت تعلق گیرد.</p> <p>روش دوم:</p> $\tan \theta = \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} \Rightarrow \frac{6}{x} = \frac{\frac{1}{x} + \tan \beta}{1 - \frac{1}{x} \tan \beta} \Rightarrow \frac{6}{x} - \frac{6}{x^2} \tan \beta = \frac{1}{x} + \tan \beta \Rightarrow \tan \beta = \frac{5x}{x^2 + 6}$ <p>(۰/۲۵)</p>	۷
---	---	---

۱/۵	<p>الف) <math>\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{[2x] - 1}{x - 1} = \frac{1}{.+} = +\infty</math> (۰/۵) (صفحه ۵۳)</p> <p>ب) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2 - 3x}{1 - x^2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^2}{-x^2} = -2</math> (۰/۵) (صفحه ۶۶)</p> <p>پ) <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} (-3x^3 + 2x + 1) = \lim_{x \rightarrow -\infty} -3x^3 = +\infty</math> (۰/۵) (صفحه ۶۵)</p>	۸
-----	---	---

۱/۲۵	<p><math>\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty \quad (۰/۲۵) \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = +\infty \quad (۰/۲۵) \end{array} \right\} \Rightarrow x = 0 \text{ مجانب قائم} \quad (۰/۲۵)</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x - 1}{x^3 + 2x} = 0 \Rightarrow y = 0 \text{ مجانب افقی} \quad (۰/۲۵)</math> (صفحه ۵۷)</p> <p>توضیحات: اگر دانش آموزی محاسبات حد را برای مجانب قائم ننوشته است اما مجانب قائم و افقی را تعیین کرده و شکل را درست رسم کرده باشد، فقط (۰/۲۵) از نمره کل کسر شود.</p>		۹
------	--	---	---

ادامه پاسخها در صفحه سوم

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲
تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/۱۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و اینترنر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۰	<p>روش اول:</p> $f'_-(\circ) = \lim_{x \rightarrow \circ^-} \frac{f(x) - f(\circ)}{x - \circ} = \lim_{x \rightarrow \circ^-} \frac{ x  - \circ}{x} = -1 \quad (\circ/5)$ $f'_+(\circ) = \lim_{x \rightarrow \circ^+} \frac{f(x) - f(\circ)}{x - \circ} = \lim_{x \rightarrow \circ^+} \frac{x^2 - \circ}{x} = \circ \quad (\circ/5)$ <p><math>\Rightarrow f'_-(\circ) \neq f'_+(\circ)</math> مشتق ناپذیر <math>(\circ/5)</math></p> <p>روش دوم:</p> $f'_-(\circ) = \lim_{h \rightarrow \circ^-} \frac{f(\circ+h) - f(\circ)}{h} = \lim_{h \rightarrow \circ^-} \frac{ h  - \circ}{h} = -1 \quad (\circ/5)$ $f'_+(\circ) = \lim_{h \rightarrow \circ^+} \frac{f(\circ+h) - f(\circ)}{h} = \lim_{h \rightarrow \circ^+} \frac{h^2 - \circ}{h} = \circ \quad (\circ/5)$ <p><math>\Rightarrow f'_-(\circ) \neq f'_+(\circ)</math> مشتق ناپذیر <math>(\circ/5)</math></p> <p>(صفحه ۱۰۱)</p>	۱/۵
۱۱	<p>روش اول:</p> $((f+g) \circ f)'(1) = \underbrace{f'(1)}_{(\circ/25)} \times \underbrace{(f+g)'(f(1))}_{(\circ/5)} = f'(1) \times (f'(1) + g'(1)) = 3 \times (3 + 5) = 24$ <p>روش دوم:</p> $((f+g) \circ f)'(1) = \underbrace{(f \circ f)'(1)}_{(\circ/25)} + \underbrace{(g \circ f)'(1)}_{(\circ/25)} = f'(1) \times f'(f(1)) + f'(1) \times g'(f(1))$ $= 3 \times 3 + 3 \times 5 = 24 \quad (\circ/25)$ <p>(صفحه ۹۵ و ۹۶)</p>	۰/۷۵
۱۲	<p>الف) <math>f'(x) = \underbrace{2 \times 2x^2(x^3+1)}_{(\circ/25)} \underbrace{(\sqrt{3x+2})}_{(\circ/25)} + \frac{2}{\underbrace{2\sqrt{3x+2}}_{(\circ/25)}} \underbrace{(x^3+1)^2}_{(\circ/25)}</math></p> <p>ب) <math>g'(x) = \underbrace{2 \times 3 \times \cos 3x \sin 3x}_{(\circ/5)} + \underbrace{2x(1 + \tan^2(x^2))}_{(\circ/5)}</math></p> <p>(صفحه ۱۰۱)</p> <p>اگر دانش آموزی به صورت <math>3 \sin 6x</math> بنویسد، <math>(\circ/5)</math> نمره باریم این قسمت تعلق گیرد.</p>	۲

ادامه پاسخها در صفحه چهارم

مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۷:۳۰ صبح	رشته: ریاضی و فیزیک	راهنمای تصحیح آزمون نهایی درس: حسابان ۲
تاریخ امتحان: ۱۴۰۳/۰۳/۱۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلب آزاد، آموزش از راه دور و ایثارگر داخل و خارج کشور خرداد ۱۴۰۳			

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۱/۵	$\frac{h(4)-h(3)}{4-3} = \frac{80-75}{1} = 5 \quad (0/25)$ <p>روش اول (الف)</p> $\text{سرعت متوسط: } h'(3/5) = -1 \cdot (3/5) + 40 = 5 \quad (0/25)$ <p>روش دوم</p> $h'(t) = -1 \cdot t + 40 \Rightarrow -1 \cdot t + 40 = 20 \Rightarrow t = 2 \quad (0/25)$ <p>(صفحه ۱۰۷)</p>	۱۳
-----	---	----

۱/۵	$f'(x) = 3x^2 - 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -2 \end{cases} \quad (0/25)$ $\left. \begin{array}{l} f(-1) = 11 \quad (0/25) \\ f(2) = -16 \quad (0/25) \\ f(3) = -9 \quad (0/25) \end{array} \right\} \Rightarrow \max \text{ مطلق} = 11 \quad (0/25)$ <p>(صفحه ۱۲۵)</p>	۱۴
-----	--	----

۱/۵	$\left. \begin{array}{l} f(3) = -1 \Rightarrow 27 + 9a + 3b + c = -1 \quad (0/25) \\ f'(x) = 3x^2 + 2ax + b \Rightarrow f'(3) = 0 \Rightarrow 27 + 6a + b = 0 \quad (0/25) \\ f''(x) = 6x + 2a \Rightarrow f''(1) = 0 \Rightarrow 6 + 2a = 0 \quad (0/25) \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} a = -3 \quad (0/25) \\ b = -9 \quad (0/25) \\ c = 26 \quad (0/25) \end{array}$ <p>(صفحه ۱۲۶ و ۱۳۶)</p>	۱۵
-----	--	----

۱/۷۵	$y' = 3x^2 - 12x = 0 \Rightarrow x = 0, 4 \quad (0/25)$ <p>اگر دانش آموزی مشتق را به صورت <math>(x-4)^2 + 2(x+2)(x-4) = (x-4)(3x)</math> بنویسد، (۰/۲۵) بارم این قسمت تعلق گیرد.</p> $y'' = 6x - 12 = 0 \Rightarrow x = 2 \quad (0/25)$ <p>رسم شکل (۰/۵)</p> <p>(صفحه ۱۳۹)</p>	۱۶
------	--	----

۲۰	جمع بارم	
----	----------	--