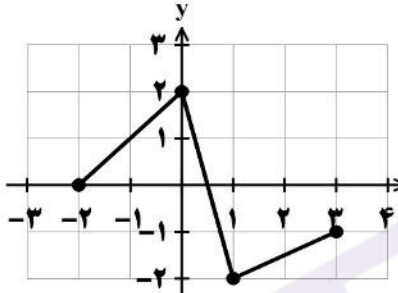


سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲ - ۱۴۰۶۱	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۹/۲۹
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است		
نمره			

۰/۷۵	<p>۱ درست‌ی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر $2\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$، آنگاه $\sin \alpha < \tan \alpha$.</p> <p>ب) تابع $y = \begin{cases} 2x+1 & x \geq 1 \\ 2x-1 & x < 1 \end{cases}$ در نقطه به طول $x = 1$ مشتق پذیر است.</p> <p>ج) تابع $f(x) = 5$ دارای بی‌شمار نقطه بحرانی است.</p>
۰/۷۵	<p>۲ جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) نمودار تابع $y = 2^{x-1}$ از انتقال نمودار $y = 2^x$ حاصل می‌شود. (افقی - عمودی)</p> <p>ب) دوره تناوب تابع $y = 3 \sin(\pi x)$ برابر است.</p> <p>ج) اگر $f''(x)$ به ازای هر نقطه از بازه I، موجود و منفی باشد، تقعر منحنی تابع f در این بازه رو به است.</p>
۱	<p>۳ نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل مقابل رسم شده است.</p> <p>نمودار تابع $y = 2f\left(\frac{x}{2}\right)$ را رسم کنید.</p> 
۰/۷۵	<p>۴ فرض کنید تابع f در یک فاصله، اکیداً صعودی باشد و a و b متعلق به این فاصله باشند. اگر $f(a) \leq f(b)$، نشان دهید $a \leq b$.</p>
۱	<p>۵ مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که چند جمله‌ای $2x^3 + ax + b$ بر $x + 2$ بخش پذیر و باقی مانده تقسیم آن بر $x - 1$ برابر ۱۵ باشد.</p>
۰/۷۵	<p>۶ اگر $\tan \alpha = \tan \beta = -\sqrt{2}$، مقدار $\tan(\alpha + \beta)$ را به دست آورید.</p>
۱/۲۵	<p>۷ معادله $4 \sin^2 x - 4 \cos x - 5 = 0$ را حل کنید و جواب‌های کلی آن را بنویسید.</p>
۰/۵	<p>۸ مقدار c را چنان تعیین کنید که مینیمم تابع $y = -4 \cos(2\pi x) + c$ برابر -5 باشد.</p>
۱/۵	<p>۹ حدود زیر را در صورت وجود بیابید. ([] نماد جزء صحیح است)</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{[x]}{\cos x}$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1 - x^4}{2x^2 + 3x + 1}$</p>

باسمه تعالی

سؤالات آزمون نهایی درس: حسابان ۲ - ۱۴۰۶۱	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۹/۲۹
تعداد صفحه: ۲	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	سؤالات (پاسخ برگ دارد) - استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است		
نمره			

۱۰	مجانباتهای قائم و افقی نمودار تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید.	۱/۵	$y = \frac{3x^2 - 3}{2x^2 - 3x + 1}$
۱۱	در شکل روبرو نمودار توابع f و g رسم شده و خط d بر هر دو نمودار مماس است. مقدار $\frac{g'(4)}{g(4)f'(2)}$ را به دست آورید.	۱	
۱۲	مشتق توابع زیر را محاسبه کنید. (ساده کردن لازم نیست)	۱/۵	الف) $f(x) = \frac{\tan x}{1 - \cos(2x)}$ ب) $g(x) = (2x + 1)^4$
۱۳	مشتق دوم تابع $f(x) = 3 \sin(4x) + 1$ را در نقطه $x = \frac{\pi}{12}$ به دست آورید.	۰/۷۵	
۱۴	تابع $f(x) = 4 - x^2 $ را در نظر بگیرید. با استفاده از تعریف مشتق، شیب نیم مماس چپ تابع را در نقطه $x = -2$ محاسبه کنید.	۱/۲۵	
۱۵	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = \sqrt{3t + 1}$ بر حسب متر است. سرعت لحظه‌ای آن را در لحظه $t = 5$ به دست آورید.	۰/۷۵	
۱۶	مقادیر a و b را در تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ طوری به دست آورید که $x = 2$ طول نقطه اکسترمم نسبی و $x = 0$ طول نقطه عطف نمودار تابع f باشد.	۱/۵	
۱۷	ماکزیمم مقدار مساحت مستطیل به ابعاد x و $12 - x^2$ را به دست آورید.	۱/۵	$12 - x^2$
۱۸	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = 4x^3 - 12x + 2$ را رسم کنید.	۲	
۲۰	جمع نمرات	موفق باشید	
صفحه ۲ از ۲			

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: حسابان ۲ - ۱۲۰۶۱	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۹/۲۹
تعداد صفحه: ۴	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره گذاری		

۰/۷۵	الف) نادرست ص ۲۲ (۰/۲۵) ب) نادرست ص ۸۵ (۰/۲۵) ج) درست ص ۱۲۴ (۰/۲۵)	۱
۰/۷۵	الف) افقی ص ۵ (۰/۲۵) ب) ۲ (۰/۲۵) ج) پایین ص ۱۲۹ (۰/۲۵)	۲
۱		۳
۰/۷۵	برهان خلف: فرض می کنیم $a > b$. چون تابع f اکیداً صعودی است داریم: $a > b \Rightarrow f(a) > f(b)$ که تناقض است. پس $a \leq b$.	۴
۱	$\begin{cases} x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow 2(-2)^2 + a(-2) + b = 0 \\ x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow 2(1)^2 + a(1) + b = 15 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 14 \end{cases}$	۵
۰/۷۵	$\tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta} = \frac{-2\sqrt{2}}{1 - (-\sqrt{2})^2} = 2\sqrt{2}$	۶
۱/۲۵	$4 \sin^2 x - 4 \cos x - 5 = 0 \Rightarrow 4(1 - \cos^2 x) - 4 \cos x - 5 = 0$ $\Rightarrow 4 \cos^2 x + 4 \cos x + 1 = 0 \Rightarrow (2 \cos x + 1)^2 = 0 \Rightarrow \cos x = \frac{-1}{2} = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)$ $\Rightarrow x = 2k\pi \pm \left(\frac{2\pi}{3}\right) \quad k \in \mathbb{Z}$	۷
۰/۵	$\min = - a + c = c - 4 = -5 \Rightarrow c = -1$	۸
صفحه ۱ از ۴		

راهنمای نمره گذاری آزمون نهایی درس: حسابان ۲ - ۱۲۰۶۱	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۹/۲۹
تعداد صفحه: ۴	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، ایثارگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره گذاری		
نمره			

۰/۷۵	$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{[x]}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۵۳ ص	۹
۰/۷۵	$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1-x^2}{2x^2+3x+1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^2}{2x^2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^2}{2} = -\infty$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۶۹ ص	
۱/۵	$2x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x = 1, x = \frac{1}{2}$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - 3}{2x^2 - 3x + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x + 3}{2x - 1} = 6$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{3x^2 - 3}{2x^2 - 3x + 1} = \pm\infty$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> <p style="text-align: right;">پس $x = \frac{1}{2}$ تنها مجانب قائم تابع است. (۰/۲۵)</p> $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^2 - 3}{2x^2 - 3x + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x^2}{2x^2} = \frac{3}{2}$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> <p style="text-align: right;">مجانب افقی تابع $y = \frac{3}{2}$ است. (۰/۲۵)</p>	۵۸ ص	۱۰
۱	$\text{شیب خط مماس} = \frac{4-2}{2-4} = -1 \Rightarrow \begin{cases} g'(4) = -1 \\ f'(2) = -1 \end{cases} \Rightarrow \frac{g'(4)}{g(4)f'(2)} = \frac{1}{2}$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۷۸ و ۷۶ ص	۱۱
صفحة ۲ از ۴			

راهنمای نمره‌گذاری آزمون نهایی درس: حسابان ۲ - ۱۲۰۶۱	پایه: دوازدهم	رشته: ریاضی و فیزیک	تاریخ آزمون: ۱۴۰۴/۰۹/۲۹
تعداد صفحه: ۴	مدت آزمون: ۱۲۰ دقیقه	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ به وقت تهران	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان، آموزش از راه دور، اینترگران و داوطلبان آزاد (داخل و خارج از کشور) - دی ۱۴۰۴		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش Azmoon.medu.ir	
ردیف	راهنمای نمره‌گذاری		نمره

۱۲	<p>الف) $f'(x) = \frac{\overbrace{(1 + \tan^2 x)}^{(۰/۲۵)} \overbrace{(1 - \cos(2x))}^{(۰/۲۵)} - \overbrace{(2 \sin(2x))}^{(۰/۲۵)} \tan x}{\underbrace{(1 - \cos(2x))^2}_{(۰/۲۵)}}$</p> <p>ب) $g'(x) = \overbrace{4}^{(۰/۲۵)} \overbrace{(2)}^{(۰/۲۵)} \overbrace{(2x + 1)^2}^{(۰/۲۵)}$</p>	ص ۱۰۱
۱۳	<p>$f'(x) = 12 \cos(4x) \Rightarrow f''(x) = -48 \sin(4x)$</p> <p>$\Rightarrow \underbrace{f''(\frac{\pi}{12})}_{(۰/۲۵)} = -48 \sin(\frac{\pi}{3}) = -24\sqrt{3}$</p>	ص ۱۰۱
۱۴	<p>$m = f'_-(-2) = \overbrace{\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{f(x) - f(-2)}{x - (-2)}}^{(۰/۲۵)} = \overbrace{\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{ 4 - x^2 - 0}{x + 2}}^{(۰/۲۵)}$</p> <p>$= \overbrace{\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x^2 - 4}{x + 2}}^{(۰/۲۵)} = \overbrace{\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{x - 2}{1}}^{(۰/۲۵)} = -4$ (۰/۲۵)</p> <p>$m = f'_-(-2) = \overbrace{\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h}}^{(۰/۲۵)} = \overbrace{\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{ 4 - (-2+h)^2 - 0}{h}}^{(۰/۲۵)}$</p> <p>$= \overbrace{\lim_{h \rightarrow 0^-} \frac{h^2 - 4h}{h}}^{(۰/۲۵)} = \overbrace{\lim_{h \rightarrow 0^-} h - 4}_{(۰/۲۵)} = -4$ (۰/۲۵)</p>	روش اول: روش دوم: ص ۸۶ و ۸۷
صفحه ۳ از ۴		

۰/۷۵	$f'(t) = \frac{3}{2\sqrt{3t+1}} \Rightarrow f'(\frac{5}{8}) = \frac{3}{2\sqrt{3(\frac{5}{8})+1}}$	ص ۱۰۹ و ۱۱۰	۱۵																	
۱/۵	$f(x) = x^3 + ax^2 + bx \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2ax + b$ $f''(x) = 6x + 2a \xrightarrow{f''(0)=0} a = 0$ $f'(2) = 0 \Rightarrow 12 + b = 0 \Rightarrow b = -12$	ص ۱۳۶	۱۶																	
۱/۵	$S(x) = x(12 - x^2) = -x^3 + 12x$ $S'(x) = -3x^2 + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = +2 \end{cases} \xrightarrow{x \in [0, \sqrt{12}]} x = 2$ $\begin{cases} S(0) = S(\sqrt{12}) = 0 \\ S(2) = 16 = \max \end{cases}$	ص ۱۱۸ و ۱۱۹	۱۷																	
۲	$f'(x) = 12x^2 - 12 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$ $f''(x) = 24x = 0 \Rightarrow x = 0$ <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>-1</td> <td>0</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>f'(x)</td> <td>+ -</td> <td>- +</td> <td>- +</td> </tr> <tr> <td>f''(x)</td> <td>-</td> <td>- +</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>f(x)</td> <td>↙</td> <td>↘</td> <td>↗</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p>	x	-1	0	1	f'(x)	+ -	- +	- +	f''(x)	-	- +	+	f(x)	↙	↘	↗	<p style="text-align: right;">(۰/۵)</p>	ص ۱۴۴	۱۸
x	-1	0	1																	
f'(x)	+ -	- +	- +																	
f''(x)	-	- +	+																	
f(x)	↙	↘	↗																	
۲۰	موفق باشید																			
	صفحة ۴ از ۴																			

همکار محترم، با عرض خدقوت، لطفاً به جواب های درست دیگر به تناسب نمره منظور فرمایید.